Equations du second degré et du premier degré

1) $4x^2 = 2x$
$\Leftrightarrow 4x^2 - 2x = 0$
$\Leftrightarrow 2x(2x-1) = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $2x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x = 1$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1/2$

$S = \{0 ; 1/2\}$

2) $x^2 - 9 = 0$
$\Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0$
$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ ou $x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -3$

$S = \{-3 ; 3\}$

3) $25x^2 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow (5x-1)(5x+1) = 0$
$\Leftrightarrow 5x - 1 = 0$ ou $5x + 1 = 0$
$\Leftrightarrow 5x = 1$ ou $5x = -1$
$\Leftrightarrow x = 1/5$ ou $x = -1/5$

$S = \{-1/5 ; 1/5\}$

4) $(2x-1)(x+1) + (2x-1)(3x-7) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-1)[(x+1) + (3x-7)] = 0$
$\Leftrightarrow (2x-1)(x + 1 + 3x - 7) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-1)(4x - 6) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ ou $4x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 1$ ou $4x = 6$
$\Leftrightarrow x = 1/2$ ou $x = 6/4 = 3/2$

$S = \{1/2 ; 3/2\}$

5) $3(x-1)^2 + 2x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow 3(x-1)^2 + 2(x-1) = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)[3(x-1) + 2] = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)(3x - 3 + 2) = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)(3x - 1) = 0$
$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ ou $3x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = 1$ ou $3x = 1$
$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 1/3$

$S = \{1/3 ; 1\}$

6) $9x^2 - 4x = 0$
$\Leftrightarrow x(9x - 4) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $9x - 4 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $9x = 4$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 4/9$

$S = \{0 ; 4/9\}$

7) $(2x-1)^2 = 4x - 2$
$\Leftrightarrow (2x-1)^2 - (4x-2) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-1)^2 - 2(2x-1) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-1)((2x-1) - 2) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-1)(2x - 3) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ ou $2x - 3 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 1$ ou $2x = 3$
$\Leftrightarrow x = 1/2$ ou $x = 3/2$

$S = \{1/2 ; 3/2\}$

8) $-x^2 - 3 = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 = 3$
$\Leftrightarrow x^2 = -3$

Impossible car
$x^2 \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$S = \emptyset$

9) $(2x+3)^2 = (x-1)^2$
$\Leftrightarrow (2x+3)^2 - (x-1)^2 = 0$
$\Leftrightarrow [(2x+3) - (x-1)][(2x+3) + (x-1)] = 0$
$\Leftrightarrow [2x + 3 - x + 1][2x + 3 + x - 1] = 0$
$\Leftrightarrow (x+4)(3x+2) = 0$
$\Leftrightarrow x + 4 = 0$ ou $3x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow x = -4$ ou $3x = -2$
$\Leftrightarrow x = -4$ ou $x = -2/3$

$S = \{-4 ; -2/3\}$

10) $\frac{5x}{3}(x-3)(x+1) = 0$
$\Leftrightarrow \frac{5x}{3} = 0$ ou $x - 3 = 0$ ou $x + 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 3$ ou $x = -1$

$S = \{-1 ; 0 ; 3\}$

11) $3(x+2)^2(x-1) - (x+2)(x-1)^2 = 0$
$\Leftrightarrow (x+2)(x-1)(3(x+2) - (x-1)) = 0$
$\Leftrightarrow (x+2)(x-1)(3x + 6 - x + 1) = 0$
$\Leftrightarrow (x+2)(x-1)(2x + 7) = 0$
$\Leftrightarrow x + 2 = 0$ ou $x - 1 = 0$ ou $2x + 7 = 0$
$\Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 1$ ou $2x = -7$
$\Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 1$ ou $x = -7/2$

$S = \{-7/2 ; -2 ; 1\}$

12) $4x^2 - 9 = 3(2x+3)$
$\Leftrightarrow 4x^2 - 9 - 3(2x+3) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-3)(2x+3) - 3(2x+3) = 0$
$\Leftrightarrow (2x+3)[2x - 3 - 3] = 0$
$\Leftrightarrow (2x+3)(2x - 6) = 0$
$\Leftrightarrow 2x + 3 = 0$ ou $2x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = -3$ ou $2x = 6$
$\Leftrightarrow x = -3/2$ ou $x = 3$

$S = \{-3/2 ; 3\}$

13) $2x^2 - 5x = (2x-5)(2x+4)$
$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x - (2x-5)(2x+4) = 0$
$\Leftrightarrow x(2x-5) - (2x-5)(2x+4) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-5)(x - (2x+4)) = 0$
$\Leftrightarrow (2x-5)(x - 2x - 4) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 5 = 0$ ou $-x - 4 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 5$ ou $-x = 4$
$\Leftrightarrow x = 5/2$ ou $x = -4$

$S = \{-4 ; 5/2\}$

14) $(3x-4)(x+1) = 3x^2+4$

$\Leftrightarrow 3x^2+3x-4x-4 = 3x^2+4$

$\Leftrightarrow -x-4 = 4$

$\Leftrightarrow -x = 8$

$\Leftrightarrow x = -8$

$S=\{-8\}$

15) $x\dfrac{(4x-3)}{x-1} = 0$

Valeur interdite

$x = 1$

$4x-3 = 0$ ou $x = 0$

$\Leftrightarrow 4x = 3$ ou $x = 0$

$\Leftrightarrow x = 3/4$ ou $x = 0$

$S=\{3/4; 0\}$

16) $\dfrac{x^2-2x}{2+x} = 0$

Valeur interdite

$x = -2$

$x^2-2x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x-2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$

$S = \{0; 2\}$

17) $\dfrac{(x-3)^2-25}{x-8} = 0$

Valeur interdite

$x = 8$

$(x-3)^2-25 = 0$

$\Leftrightarrow ((x-3)-5)((x-3)+5) = 0$

$\Leftrightarrow (x-8)(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow x-8 = 0$ ou $x+2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 8$ ou $x = -2$

$S=\{-2\}$

18) $\dfrac{3}{x+1} = 4$

Valeur interdite

$x = -1$

$3 = 4(x+1)$

$\Leftrightarrow 3 = 4x+4$

$\Leftrightarrow 3-4 = 4x$

$\Leftrightarrow -1 = 4x$

$\Leftrightarrow \dfrac{-1}{4} = x$

$S=\{-1/4\}$

19) $\dfrac{5x-3}{x-1} = -\dfrac{3}{x}$

Valeurs interdites

$x = 1$ et $x = 0$

$x(5x-3) = -3(x-1)$

$\Leftrightarrow 5x^2-3x = -3x+3$

$\Leftrightarrow 5x^2-3 = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{5}x-\sqrt{3})(\sqrt{5}x+\sqrt{3}) = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{5}x-\sqrt{3} = 0$ ou $\sqrt{5}x+\sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{5}x = \sqrt{3}$ ou $\sqrt{5}x = -\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{3/5}$ ou $x = -\sqrt{3/5}$

$S = \{-\sqrt{3/5}; \sqrt{3/5}\}$

20) $\dfrac{3}{x+2} = \dfrac{1}{3x}$

Valeurs interdites

$x = -2$ et $x = 0$

$3\times 3x = x+2$

$\Leftrightarrow 9x-x = 2$

$\Leftrightarrow 8x = 2$

$\Leftrightarrow x = 2/8 = 1/4$

$S=\{1/4\}$

21) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{2x}$

Valeurs interdites

$x = 0$

$\dfrac{4}{2x}+\dfrac{x}{2x} = \dfrac{5}{2x}$

$\Leftrightarrow 4+x = 5$

$\Leftrightarrow x = 1$

$S=\{1\}$

22) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{3}{x+1}+\dfrac{1}{x(x+1)}$

Valeurs interdites

$x = 0$ $x = -1$

$\dfrac{2(x+1)}{x(x+1)} = \dfrac{3x+1}{x(x+1)}$

$\Leftrightarrow 2(x+1) = 3x+1$

$\Leftrightarrow 2x+2 = 3x+1$

$\Leftrightarrow 1 = x$

$S=\{1\}$

23) $2x-7 = \dfrac{4}{2x-7}$

Valeur interdite $x = 7/2$

$(2x-7)^2 = 4$

$\Leftrightarrow (2x-7)^2-4 = 0$

$\Leftrightarrow (2x-7)^2-2^2 = 0$

$\Leftrightarrow ((2x-7)-2)((2x-7)+2) = 0$

$\Leftrightarrow (2x-9)(2x-5) = 0$

$\Leftrightarrow 2x-9 = 0$ ou $2x-5 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 9$ ou $2x = 5$

$\Leftrightarrow x = 9/2$ ou $x = 5/2$

$S=\{5/2; 9/2\}$

24) $\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-1} = 1$

Valeurs interdites

$x = -1$ ou $x = 1$

$x^2+4x-3 = x^2-1$

$\Leftrightarrow 4x = 2$

$\Leftrightarrow x = 2/4$

$\Leftrightarrow x = 1/2$

$S=\{1/2\}$

25) $x(x+1)+x^2-1=0$

$\Leftrightarrow x(x+1)+(x-1)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x+x-1)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)(2x-1)=0$

$\Leftrightarrow x+1=0$ ou $2x-1=0$

$\Leftrightarrow x=-1$ ou $2x=1$

$\Leftrightarrow x=-1$ ou $x=1/2$

$$S=\{-1;\ 1/2\}$$

26) $x(2x+1)+1=4x^2$

$\Leftrightarrow x(2x+1)+1-4x^2=0$

$\Leftrightarrow x(2x+1)+(1-2x)(1+2x)=0$

$\Leftrightarrow (2x+1)(x+1-2x)=0$

$\Leftrightarrow (2x+1)(1-x)=0$

$\Leftrightarrow 2x+1=0$ ou $1-x=0$

$\Leftrightarrow 2x=-1$ ou $1=x$

$\Leftrightarrow x=-1/2$ ou $x=1$

$$S=\{-1/2;\ 1\}$$

27) $3x^2-12+(x-2)(x+3)=0$

$\Leftrightarrow 3(x^2-4)+(x-2)(x+3)=0$

$\Leftrightarrow 3(x-2)(x+2)+(x-2)(x+3)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(3(x+2)+(x+3))=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(3x+6+x+3)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(4x+9)=0$

$\Leftrightarrow x-2=0$ ou $4x+9=0$

$\Leftrightarrow x=2$ ou $4x=-9$

$\Leftrightarrow x=2$ ou $x=-9/4$

$$S=\{-9/4;\ 2\}$$

28) $4(x+3)^2-(x-5)^2=0$

$\Leftrightarrow [2(x+3)-(x-5)][2(x+3)+(x-5)]=0$

$\Leftrightarrow [2x+6-x+5][2x+6+x-5]=0$

$\Leftrightarrow (x+11)(3x+1)=0$

$\Leftrightarrow x+11=0$ ou $3x+1=0$

$\Leftrightarrow x=-11$ ou $3x=-1$

$\Leftrightarrow x=-11$ ou $x=-1/3$

$$S=\{-11;\ -1/3\}$$

29) $\dfrac{x^2+x+2-1}{x+1}=2x-1$

Valeur interdite

$x=-1$

$x^2+2x-1=(2x-1)(x+1)$

$\Leftrightarrow x^2+2x-1=2x^2+2x-x-1$

$\Leftrightarrow 0=x^2-x$

$\Leftrightarrow 0=x(x-1)$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x-1=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=1$

$$S=\{0;1\}$$

30) $\dfrac{3x}{x+2}-\dfrac{x+1}{x-2}=-\dfrac{11}{5}$

Valeurs interdites

$x\neq -2$ ou $x\neq 2$

$\dfrac{3x(x-2)-(x+1)(x+2)}{(x+2)(x-2)}=-\dfrac{11}{5}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x^2-6x-x^2-2x-x-2}{x^2-4}=-\dfrac{11}{5}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x^2-9x-2}{x^2-4}=-\dfrac{11}{5}$

$\Leftrightarrow 10x^2-45x-10=-11x^2+44$

$\Leftrightarrow 21x^2-45x-54=0$

$\Leftrightarrow 7x^2-15x-18=0$

$\Delta=225-4\times 7\times(-18)=729$

$x'=\dfrac{15-27}{14}=\dfrac{-12}{14}=-\dfrac{6}{7}$ $\quad x''=\dfrac{15+27}{14}=\dfrac{42}{14}=3$

$$S=\left[-\frac{6}{7};\ 3\right]$$

31) $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{2}{2x-5}=\dfrac{9}{4}$

Valeurs interdites

$x=-2$ $\quad x=5/2$

$\dfrac{2x-5-2(x+2)}{(x+2)(2x-5)}=\dfrac{9}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2x-5-2x-4}{(x+2)(2x-5)}=\dfrac{9}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{-9}{(x+2)(2x-5)}=\dfrac{9}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{-1}{(x+2)(2x-5)}=\dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow -4=(x+2)(2x-5)$

$\Leftrightarrow -4=2x^2-5x+4x-10$

$\Leftrightarrow 0=2x^2-x-6$

$\Delta=1-4\times 2\times(-6)=1+48=49$

$x'=\dfrac{1-7}{4}=-\dfrac{6}{4}=-3/2$ $\quad x''=\dfrac{1+7}{4}=2$

$$S=\{-3/2;\ 2\}$$

32) $\dfrac{3x^2+10x+8}{x+2}=2x+5$

Valeur interdite

$x=-2$

$3x^2+10x+8=(2x+5)(x+2)$

$\Leftrightarrow 3x^2+10x+8=2x^2+4x+5x+10$

$\Leftrightarrow x^2+x-2=0$

$\Delta=1-4\times 1\times(-2)=1+8=9$

$x'=\dfrac{-1-3}{2}=-2$ $\quad x''=\dfrac{-1+3}{2}=1$

$$S=\{1\}$$