Equations du troisième degré

On considère le polynôme du troisième degré en x, $p(x) = p_3x^3 + p_2x^2 + p_1x + p_0$ avec $p_3, p_2, p_1, p_0 \in \mathbb{R}$
On veut résoudre l'équation p(x)=0 (E)
Pour cela on va factoriser p(x), si cela est possible, et le mettre sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré
Si x_0 est une racine (ou solution) de p(x), alors p(x_0)=0, ce qui permet la factorisation de p(x) par (x-x_0) et son écriture sous la forme p(x)=(x-x_0)q(x) ou q(x) est un polynôme du second degré de la forme $q(x) = q_2x^2 + q_1x + q_0$ avec $q_2, q_1, q_0 \in \mathbb{R}$
Ce polynôme du second degré q(x) est obtenu par la méthode d'identification membre à membre ou par la méthode de division de polynômes
Puis on factorise, à condition que $\triangle \geqslant 0$, le polynôme du second degré q(x) en le mettant sous la forme $q(x) = q_2(x-x')(x-x'')$ avec $x', x'' \in \mathbb{R}$
Finalement $p(x) = q_2(x-x_0)(x-x')(x-x'')$ et l'ensemble solution S de (E) s'écrit S={x_0, x', x''}

En utilisant cette technique, répondre aux questions posées ci-après pour les différents polynômes considérés

1) $r(x) = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$

$x_0 = \frac{-1}{2}$

Calculer r(x_0)
Factoriser r(x)
Résoudre r(x)=0

2) $s(x) = -2x^3 + 5x^2 + 2x - 5$

$x_0 = 1$

Calculer s(x_0)
Factoriser s(x)
Résoudre s(x)=0

3) $t(x) = -6x^3 + 11x^2 + 10x - 7$

$x_0 = \frac{3}{2}$

Calculer t(x_0)
Factoriser t(x)
Résoudre t(x)=0

4) $u(x) = 4x^3 + x^2 - 4x - 1$

$x_0 = -1$

Calculer u(x_0)
Factoriser u(x)
Résoudre u(x)=0

5) $v(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$

$x_0 = -3$

Calculer v(x_0)
Factoriser v(x)
Résoudre v(x)=0

6) $w(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$

$x_0 = -2$

Calculer w(x_0)
Factoriser w(x)
Résoudre w(x)=0

En utilisant cette technique deux fois successivement, répondre aux questions suivantes concernant le polynôme x(x)

7) $x(x) = 2x^4 + 2x^3 - 5x^2 - x + 2$

$x_0 = 1$

Calculer x(x_0)
En déduire un factorisation du polynôme x(x) sous la forme x(x)=(x-x_0)y(x) avec y(x) polynôme de degré 3

$x_1 = -2$

Calculer y(x_1)
En déduire un factorisation du polynôme x(x) sous la forme x(x)=(x-x_0)(x-x_1)z(x) avec z(x) polynôme de degré 2

Résoudre x(x)=0