Devoir de mathématiques

Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ perpendiculaire à la droite $\mathscr{D} : 2x + y + 3 = 0$ passant par $A(-4; 5)$.
2. Déterminer une équation du cercle $\mathscr{C}$ de centre $I(-2; 3)$ et de rayon 3.
3. Déterminer une équation du cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre $[AB]$ avec $A(\frac{2}{3}; -2)$ et $B(3; \frac{5}{3})$.

Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormé qu'on pourra représenter et compléter au fur et à mesure de l'exercice (non exigé).

1. Montrer que l'ensemble des points $M(x; y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$$

   est un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le centre I et le rayon.
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ et des axes de coordonnées du repère. On notera A et B les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe (Oy), A étant celui avec la plus petite ordonnée.
3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente T au cercle $\mathscr{C}$ en A.
4. Donner une valeur approchée à $0,1$ de l'angle $\widehat{IAB}$ dans le triangle IAB.
   (on pourra utiliser Al-Kashi)

Exercice 3

1. Soient deux points A et B avec $AB = 6$, et soit I le milieu de $[AB]$.
   Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 16$
   (a) Montrer que $M \in \mathscr{C} \iff MI^2 = 25$.
   (on pourra décomposer $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ en introduisant le point I).
   (b) Déterminer alors précisément l'ensemble $\mathscr{C}$.
2. On donne $A(-1; 2)$, $B(2; -2)$ et $C(-2; -1)$ dans un repère orthonormé.
   En utilisant les coordonnées des vecteurs, déterminer précisément l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC} = 3$

Produit scalaire : exercices

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

Exercice 1 :

On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ tels que : $\|\overrightarrow{u}\| = 2$, $\|\overrightarrow{v}\| = 3$ et $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 1$.
Calculer :

1) $(2\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) \cdot (\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})$

2) $(\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v})^2$

3) $(-3\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2$

4) $(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})^2 - (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v})^2$

Exercice 2 :

Dans la figure ci-dessous : ABC est un triangle isocèle en A, $AIBJ$ est un parallélogramme et $BC = 4$.

Calculer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$

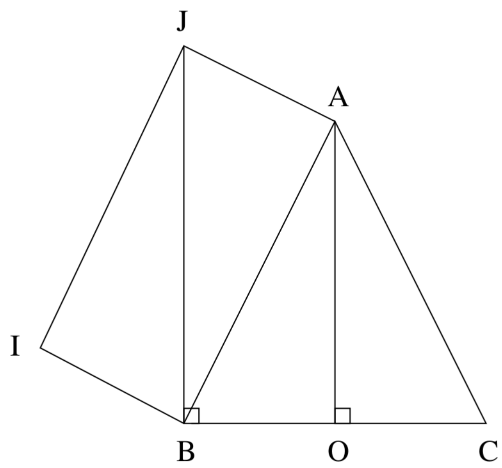
2) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{JC}$

3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AJ}$

4) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IA}$

5) $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BI}$

6) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CI}$



Exercice 3 :

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et A, B et C trois points distincts de $\mathcal{C}$.
On note H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC), D l'intersection entre la hauteur (AH) et le cercle $\mathcal{C}$ et E le point du cercle diamètralement opposé à A.
Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AH}$.