Centre de symétrie

Rappel : Pour démontrer qu'un point $I\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$ est centre de symétrie d'une courbe $\mathcal{C}f$ représentant la fonction f, il faut que $\dfrac{f(a+h)+f(a-h)}{2} = b$

* Exemple 1 : Soit la fonction $f(x) = \dfrac{-x^2-2x+5}{1-x}$ avec $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

et $I\begin{vmatrix} 1 \\ 4 \end{vmatrix}$ I est-il un centre de symétrie de la courbe $\mathcal{C}f$ représentant la fonction f ?

Calculons $\dfrac{f(1+h)+f(1-h)}{2}$

$$f(1+h) = \frac{-(1+h)^2-2(1+h)+5}{1-(1+h)} = \frac{-(1+2h+h^2)-2-2h+5}{1-1-h} = \frac{-1-2h-h^2-2h+3}{-h}$$

$$f(1+h) = \frac{-h^2-4h+2}{-h} = \frac{h^2+4h-2}{h} = h+4-\frac{2}{h}$$

$$f(1-h) = \frac{-(1-h)^2-2(1-h)+5}{1-(1-h)} = \frac{-(1-2h+h^2)-2+2h+5}{1-1+h} = \frac{-1+2h-h^2+2h+3}{h}$$

$$f(1-h) = \frac{-h^2+4h+2}{h} = -h+4+\frac{2}{h}$$

$$\frac{f(1+h)+f(1-h)}{2} = \frac{h+4-\frac{2}{h}-h+4+\frac{2}{h}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Le point I de coordonnées $(1 ; 4)$ est donc bien un centre de symétrie de la courbe $\mathcal{C}f$ représentant la fonction f.

* Exemple 2 : Soit la fonction $g(x) = 2x+3+\dfrac{3}{x+2}$ avec $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\} =]-\infty ; -2[\cup]-2 ; +\infty[$

et $\Omega\ (-2 ; -1)$ Ω est-il un centre de symetrie de la courbe $\mathcal{C}g$ représentant g ?

Calculons $\dfrac{g(-2+h)+g(-2-h)}{2}$

$$g(-2+h) = 2(-2+h)+3+\frac{3}{-2+h+2} = -4+2h+3+\frac{3}{h} = 2h-1+\frac{3}{h}$$

$$g(-2-h) = 2(-2-h)+3+\frac{3}{-2-h+2} = -4-2h+3+\frac{3}{-h} = -2h-1-\frac{3}{h}$$

$$\frac{g(-2+h)+g(-2-h)}{2} = \frac{2h-1+\frac{3}{h}-2h-1-\frac{3}{h}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Le point Ω de coordonnees $(-2 ; -1)$ est donc bien un centre de symetrie de la courbe $\mathcal{C}g$ représentant la fonction g.