Equation du second degré

Pour résoudre une équation du second degré de la forme $ax^2+bx+c=0$ avec $a \neq 0$, on calcule le discriminant $\Delta = b^2-4ac$ et suivant le signe de Δ, on obtient :

aucune solution si $\Delta < 0$; une solution double si $\Delta = 0$; deux solutions distinctes si $\Delta > 0$

$S=\{\emptyset\}$; $S=\{-b/2a\}$; $S=\left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} ; \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

*** Exemple 1**

$-7x^2+5x-3=0$ $\quad a=-7 \quad b=5 \quad c=-3$

$\Delta = b^2-4ac = 5^2-4\times(-7)\times(-3) = 25-84 = -59$

$\Delta < 0$ donc pas de solution $\quad S=\{\emptyset\}$

*** Exemple 2**

$4x^2+4x+1=0$ $\quad a=4 \quad b=4 \quad c=1$

$\Delta = b^2-4ac = 4^2-4\times4\times1 = 16-16=0$

$\Delta=0$ donc une solution $\quad x'=x''=-b/2a = -4/8 = -1/2$

$S=\{-1/2\}$

*** Exemple 3**

$-2x^2+7x+1=0$ $\quad a=-2 \quad b=7 \quad c=+1$

$\Delta = b^2-4ac = 7^2-4\times(-2)\times(+1) = 49+8 = 57$

$\Delta>0$ donc deux solutions distinctes

$x' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7-\sqrt{57}}{-4} = \frac{7+\sqrt{57}}{4}$

et $x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7+\sqrt{57}}{-4} = \frac{7-\sqrt{57}}{4}$

$S=\left\{\frac{7-\sqrt{57}}{4} ; \frac{7+\sqrt{57}}{4}\right\}$

*** Exemple 4**

$5x^2+8=0$ $\quad a=5 \quad b=0 \quad c=8$

$\Delta = b^2-4ac = 0^2-4\times5\times8 = 0-160 = -160$

$\Delta<0$ donc pas de solution $\quad S=\{\emptyset\}$

*** Exemple 5**

$-3x^2+8x=0$ $\quad a=-3 \quad b=8 \quad c=0$

$\Delta = b^2-4ac = 8^2-4\times(-3)\times0 = 64$

$\Delta>0$ donc deux solutions distinctes

$x' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{64}}{-6} = \frac{-8-8}{-6} = \frac{-16}{-6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$

$x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{64}}{-6} = \frac{-8+8}{-6} = \frac{0}{-6} = 0$

$S=\{0 ; \frac{8}{3}\}$