

Equation de tangente

Rappel L'équation de la tangente à la courbe \mathcal{C} en un point M_0 de coordonnées x_0 et $y_0 = f(x_0)$ est une droite d'équation $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ ou $f'(x_0)$ est le nombre dérivé de f en x_0

* Exemple 1

Soit f la fonction du second degré telle que $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ et \mathcal{C}_f sa courbe représentative. Cherchons l'équation de T_{-1} la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse -1

$$M_0 \mid -1 \\ f(-1) = -2(-1)^2 + 3(-1) - 4 = -2 \times 1 - 3 - 4 = -9$$

$$M_0 \mid -1 \\ -9$$

L'équation de la tangente à \mathcal{C}_f en M_0 est $y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$

$$f'(x) = (-2x^2 + 3x - 4)' = -2 \times 2x + 3 = -4x + 3 \quad \text{d'où } f'(-1) = -4(-1) + 3 = 4 + 3 = 7$$

$$\text{Donc } T_{-1} \quad y = 7(x + 1) - 9 = 7x + 7 - 9 = 7x - 2 \quad T_{-1} \quad y = 7x - 2$$

* Exemple 2

Soit g la fonction rationnelle telle que $g(x) = \frac{3x-4}{5x+3}$ et \mathcal{C}_g sa courbe représentative. Cherchons l'équation de T_3 la tangente à la courbe \mathcal{C}_g au point d'abscisse 3

$$M_0 \mid 3 \\ g(3) = \frac{9-4}{18} = \frac{5}{18}$$

$$M_0 \mid 3 \\ \frac{5}{18}$$

L'équation de la tangente à \mathcal{C}_g en M_0 est $y = g'(3)(x - 3) + g(3)$

$$g'(x) = \left(\frac{3x-4}{5x+3} \right)' = \frac{(3x-4)'(5x+3) - (3x-4)(5x+3)'}{(5x+3)^2} = \frac{3(5x+3) - (3x-4)5}{(5x+3)^2}$$

$$g'(x) = \frac{15x+9 - 15x+20}{(5x+3)^2} = \frac{29}{(5x+3)^2}$$

$$g'(3) = \frac{29}{(5 \times 3 + 3)^2} = \frac{29}{(15+3)^2} = \frac{29}{18^2} = \frac{29}{324}$$

$$\text{Donc } T_3 \text{ a pour équation } y = \frac{29}{324}(x-3) + \frac{5}{18}$$

$$y = \frac{29}{324}x - \frac{29 \times 3}{324} + \frac{5}{18} = \frac{29}{324}x - \frac{29}{108} + \frac{30}{108} = \frac{29}{324}x + \frac{1}{108}$$

$$T_3 \quad y = \frac{29}{324}x + \frac{1}{108}$$