Factorisation d'un polynôme du second degré

Pour factoriser un polynôme du second degré ax^2+bx+c avec $a \neq 0$ et le mettre sous la forme $a(x-x')(x-x'')$, on résoud d'abord l'équation $ax^2+bx+c=0$ car la factorisation est possible seulement si $\Delta \geqslant 0$

* Exemple 1 — On veut factoriser $3x^2-5x+3$ — $a=3$ $b=-5$ $c=3$

$\Delta = b^2-4ac = (-5)^2-4\times3\times3 = 25-36 = -11$

$\Delta < 0$ donc factorisation impossible

* Exemple 2 — On veut factoriser $5x^2+6x-2$ — $a=5$ $b=6$ $c=-2$

$\Delta = b^2-4ac = 6^2-4\times5\times(-2) = 36+40 = 76$

$\Delta > 0$ la factorisation est possible, on calcule les 2 solutions

$$x' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-\sqrt{76}}{10} = \frac{-6-\sqrt{4}\sqrt{19}}{10} = \frac{-6-2\sqrt{19}}{10} = \frac{-3-\sqrt{19}}{5}$$

et $$x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6+\sqrt{76}}{10} = \frac{-6+\sqrt{4}\sqrt{19}}{10} = \frac{-6+2\sqrt{19}}{10} = \frac{-3+\sqrt{19}}{5}$$

Finalement $5x^2+6x-2 = 5\left(x-\left(\frac{-3-\sqrt{19}}{5}\right)\right)\left(x-\left(\frac{-3+\sqrt{19}}{5}\right)\right)$

Ce qui donne $5x^2+6x-2 = 5\left(x+\frac{3+\sqrt{19}}{5}\right)\left(x+\frac{3-\sqrt{19}}{5}\right)$

* Exemple 3 — On veut factoriser $9x^2-12x+4$ — $a=9$ $b=-12$ $c=4$

$\Delta = b^2-4ac = (-12)^2-4\times9\times4 = 144-144 = 0$

$\Delta = 0$ la factorisation est possible, on calcule la solution double $x'=x''=-b/2a = \frac{12}{18} = 2/3$

Finalement $9x^2-12x+4 = 9(x-2/3)(x-2/3) = 9(x-2/3)^2$

* Exemple 4 — On veut factoriser $11x^2+3x+5$ — $a=11$ $b=3$ $c=5$

$\Delta = b^2-4ac = 3^2-4\times11\times5 = 9-220 = -211$

$\Delta < 0$ donc factorisation impossible