Forme canonique

Mettre un polynôme du second degré de la forme ax^2+bx+c sous forme canonique, revient à transformer l'écriture du polynôme pour le mettre sous la forme $a(x-\alpha)^2+\beta$ avec α et β à déterminer par le calcul.

On se propose de mettre un polynôme du second degré sous forme canonique en utilisant les définitions du cours qui nous donnent les valeurs de α et β

On a $\alpha = -b/2a$ et $\beta = -\frac{\Delta}{4a}$ avec $\Delta = b^2-4ac$

* Exemple 1 $\quad p(x) = 2x^2-6x+7 \qquad a=2 \quad b=-6 \quad c=7$

$\alpha = -b/2a = 6/4 = 3/2$

$\Delta = b^2-4ac = (-6)^2-4\times2\times7 = 36-56 = -20$

d'où $\beta = -\Delta/4a = 20/8 = 5/2$

Donc la forme canonique de $p(x)$ est $\underline{p(x) = 2(x-3/2)^2+5/2}$

* Exemple 2 $\quad q(x) = -5x^2+10x-3 \qquad a=-5 \quad b=10 \quad c=-3$

$\alpha = -b/2a = -10/-10 = 1$

$\Delta = b^2-4ac = 10^2-4\times(-5)\times(-3) = 100-60 = 40$

d'où $\beta = -\Delta/4a = -40/-20 = 2$

La forme canonique de $q(x)$ est donc $\underline{q(x) = -5(x-1)^2+2}$

* Exemple 3 $\quad r(x) = 4x^2+7x \qquad a=4 \quad b=7 \quad c=0$

$\alpha = -b/2a = -7/8$

$\Delta = b^2-4ac = 7^2-4\times4\times0 = 7^2 = 49$

d'où $\beta = -\Delta/4a = -49/16$

La forme canonique de $r(x)$ est donc $\underline{r(x) = 4(x-(-7/8))^2-49/16}$

* Exemple 4 $\quad s(x) = -9x^2+3 \qquad a=-9 \quad b=0 \quad c=3$

$\alpha = -b/2a = -0/-18 = 0$

$\Delta = b^2-4ac = 0^2-4\times(-9)\times3 = 108$

d'où $\beta = -\Delta/4a = -108/-36 = 3$

La forme canonique de $s(x)$ est donc $\underline{s(x) = -9(x-0)^2+3}$