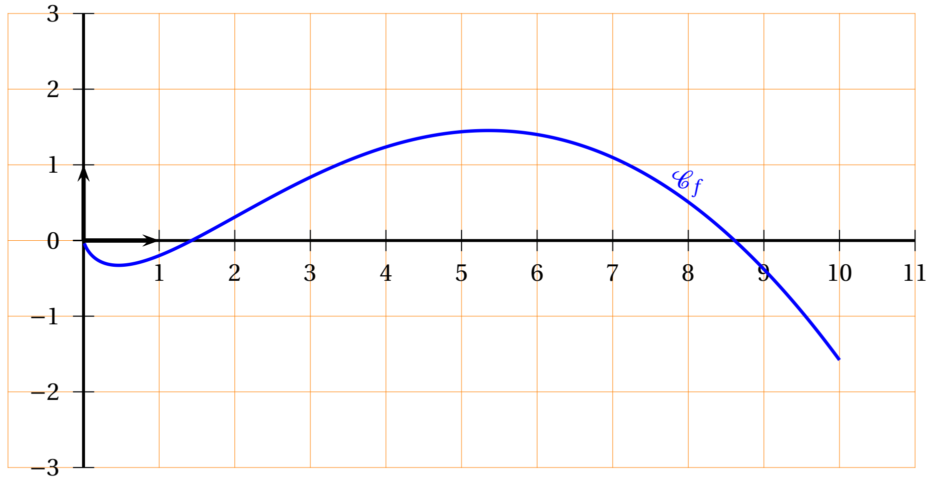
Baccalauréat ES Pondichéry 26 avril 2017

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O :



On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Le nombre de solutions sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est égal à :

a. 1 **b.** 2 **c.** 3

2. Le nombre réel $f'(7)$ est :

a. nul **b.** strictement positif **c.** strictement négatif

3. La fonction f' est :

a. croissante sur $]0\,;\,10]$ **b.** croissante sur $[4\,;\,7]$ **c.** décroissante sur $[4\,;\,7]$

4. On admet que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,10]$ on a : $f'(x) = \ln x - \dfrac{x}{2} + 1$.
La courbe $\mathcal{C}_f$ admet sur cet intervalle un point d'inflexion :

a. d'abscisse 2,1 **b.** d'abscisse 0,9 **c.** d'abscisse 2

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.
Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

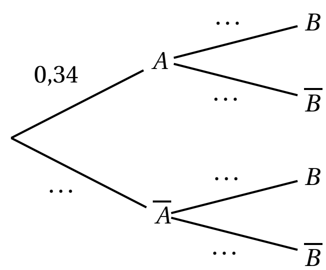
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : « le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes » ;
- B : « le coureur a moins de 60 ans ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. **a.** Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.

b. Vérifier que $P\left(\overline{B}\right) \approx 0,123$.

c. Calculer $P_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Partie B

On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 39$.

1. Calculer $P(210 \leqslant T \leqslant 270)$.

2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon.

Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.

3. **a.** Calculer $P(T \leqslant 300)$.

b. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t, arrondi à l'unité, vérifiant $P(T \geqslant t) = 0,9$.

c. Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

Exercice 3 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité, candidats L

Soit la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 150 \text{ et pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0,8u_n + 45.$$

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Voici deux propositions d'algorithmes :

Algorithme 1	Algorithme 2
Variables :	**Variables :**
N est un entier naturel	N est un entier naturel
U est un nombre réel	U est un nombre réel
Initialisation :	**Initialisation :**
U prend la valeur 150	U prend la valeur 150
N prend la valeur 0	N prend la valeur 0
Traitement :	**Traitement :**
Tant que $U \geqslant 220$	Tant que $U < 220$
U prend la valeur $0,8 \times U + 45$	U prend la valeur $0,8 \times U + 45$
N prend la valeur $N+1$	N prend la valeur $N+1$
Fin Tant que	Fin Tant que
Sortie :	**Sortie :**
Afficher N	Afficher N

a. Un seul de ces algorithmes permet de calculer puis d'afficher le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 220$.

Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.

b. Quelle est la valeur numérique affichée par l'algorithme choisi à la question précédente ?

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$v_n = u_n - 225$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 225 - 75 \times 0,8^n$.

4. Une petite ville de province organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre. En 2015, le nombre de participants à cette course était de 150.

On fait l'hypothèse que d'une année sur l'autre :

- 20 % des participants ne reviennent pas l'année suivante ;
- 45 nouveaux participants s'inscrivent à la course.

La petite taille des ruelles du centre historique de la ville oblige les organisateurs à limiter le nombre de participants à 250.

Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ? Justifier la réponse.

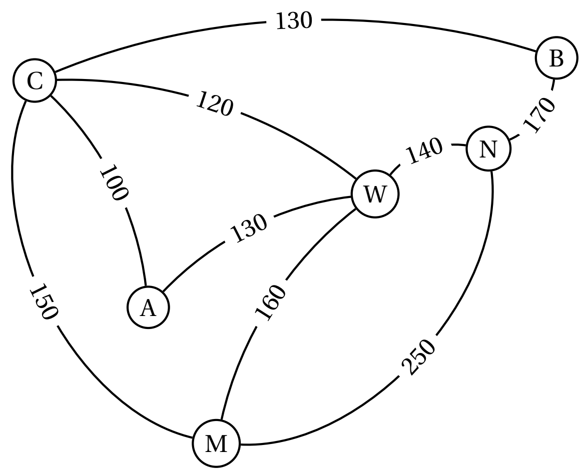
Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Alexis part en voyage dans l'Est des Etats-Unis. Il souhaite visiter les villes suivantes :

Atlanta (A), Boston (B), Chicago (C), Miami (M), New York (N) et Washington (W).

Une compagnie aérienne propose les liaisons suivantes représentées par le graphe ci-dessous :



Les nombres présents sur chacune des branches indiquent le tarif, en dollars, du vol en avion.

1. **a.** Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un trajet qui permet à Alexis d'emprunter chaque liaison aérienne une et une seule fois ?

   b. Donner un exemple d'un tel trajet.

2. Alexis veut relier Boston à Miami.

   En utilisant un algorithme, déterminer le trajet le moins cher ainsi que le coût de ce trajet.

3. **a.** Donner la matrice d'adjacence P de ce graphe en classant les sommets par ordre alphabétique.

   b. Alexis souhaite aller d'Atlanta à Boston en utilisant au maximum trois liaisons aériennes. Combien y a-t-il de trajets possibles ? Justifier la démarche puis décrire chacun de ces trajets.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe.
Celui-ci présente dans un repère d'origine O la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 7]$.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation
   $f(x) = 10$ sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
2. Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 7]$ et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. La valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel ?

   a. $[9 ; 17]$ **b.** $[18 ; 26]$ **c.** $[27 ; 35]$

Partie B

La courbe donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ d'expression :

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-x+3}.$$

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,7]$, $f'(x) = (-2x+2)\mathrm{e}^{-x+3}$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ puis en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.

b. Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

b. On admet que $\alpha \approx 0{,}36$ à 10^{-2} près.
Donner une valeur approchée de β à 10^{-2} près.

4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ par :

$$F(x) = (-2x-2)\mathrm{e}^{-x+3}.$$

a. Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.

b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x = 1$, $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe $\mathscr{C}$.

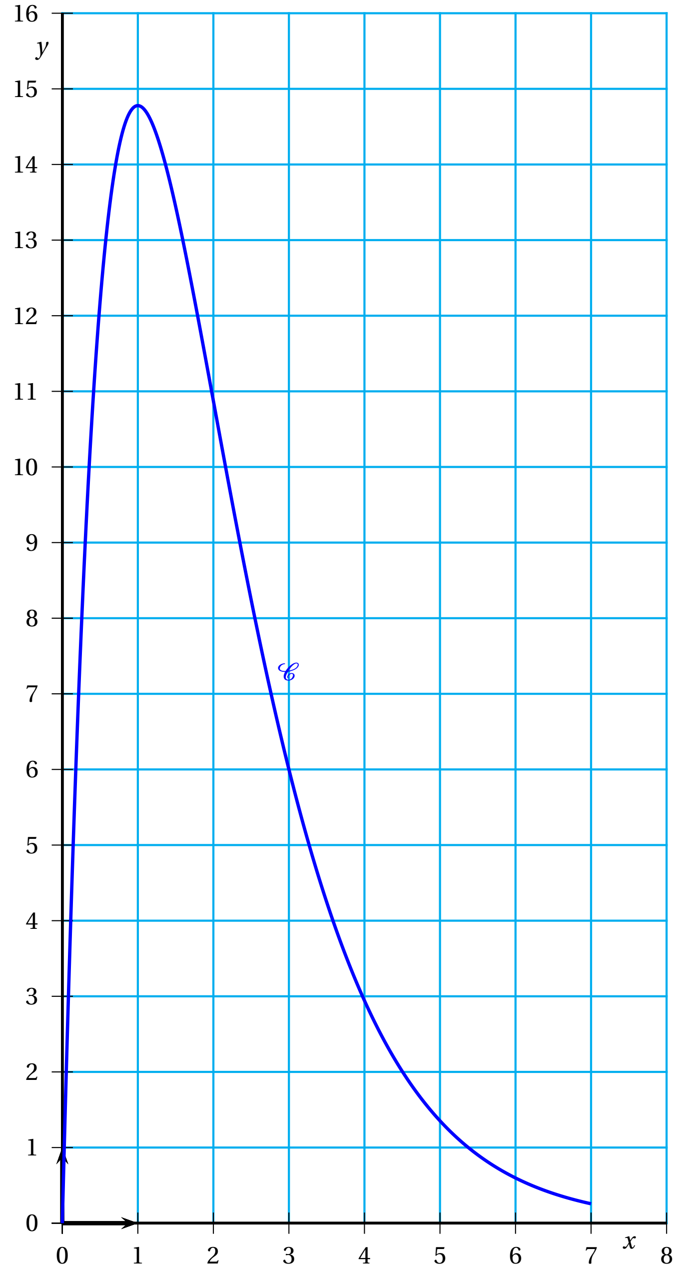
5. La fonction f étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x centaines d'objets (x compris entre 0 et 7).

a. Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.

b. L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros.
Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.

ANNEXE

N'est pas à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES Amérique du Nord 2 juin 2017 ∾

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple 011 l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x\ln(x) - x$. On note f' sa fonction dérivée. On a alors :

   a. $f'(x) = 0$ **b.** $f'(x) = \ln(x)$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$ **d.** $f'(x) = \dfrac{1}{x} - x$

2. Les entiers naturels n vérifiant l'inéquation $6 \times 0,95^n - 1 \leqslant 2$ appartiennent à l'intervalle :

   a. $\left]-\infty\,;\,\dfrac{\ln 3}{\ln(5,7)}\right]$ **b.** $\left]-\infty\,;\,\ln\left(\frac{0,5}{0,95}\right)\right]$ **c.** $\left]-\infty\,;\,\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}\right]$ **d.** $\left[\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,95)}\,;\,+\infty\right[$

3. Une entreprise fabrique des tubes métalliques de longueur 2 m.
   Un tube métallique est considéré comme étant dans la norme si sa longueur est comprise entre 1,98 m et 2,02 m. On prélève au hasard un échantillon de 1 000 tubes, on observe que 954 tubes sont dans la norme.
   L'intervalle de confiance de la fréquence des tubes dans la norme pour cette entreprise au niveau de confiance de 95 %, avec les bornes arrondies à 10^{-3}, est :

   a. $[0,922\,;\,0,986]$ **b.** $[0,947\,;\,0,961]$ **c.** $[1,98\,;\,2,02]$ **d.** $[0,953\,;\,0,955]$

4. Pour un archer, la probabilité d'atteindre la cible est de 0,8. Les tirs sont supposés indépendants.
   Quelle est la probabilité qu'il touche 3 fois la cible sur une série de 6 tirs ?

   a. 0,512 **b.** 2,4 **c.** 0,262 144 **d.** 0,081 92

Exercice 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016.
Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.
Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

- 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1er septembre et le 30 juin) ;
- les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre $2016 + n$, on a donc $u_0 = 27\,500$.

1. **a.** Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.

   b. Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1,04u_n - 156$.
3. Recopier et compléter les lignes L5, L6, L7 et L9 de l'algorithme suivant afin qu'il donne l'année à partir de laquelle le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3	Traitement :	n prend la valeur 0
L4		U prend la valeur 27 500
L5		Tant que $U \leqslant$ ...... faire
L6		n prend la valeur ...
L7		U prend la valeur ...
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher ....

4. **a.** On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.

   Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes; on arrondira les valeurs de U à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de n	0	...	
Valeur de U	27 500	...	

   b. Donner la valeur affichée en sortie de cet algorithme.
5. On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n.

   Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 3\,900$.

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3\,900$.

   c. Déterminer la limite de la suite (u_n) et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

D'après l'AFDIAG (Association Française Des Intolérants au Gluten), la maladie cœliaque, aussi appelée intolérance au gluten, est une des maladies digestives les plus fréquentes. Elle touche environ 1 % de la population.

On estime que seulement 20 % des personnes intolérantes au gluten passent le test pour être diagnostiquées.

On considère que si une personne n'est pas intolérante au gluten, elle ne passe pas le test pour être diagnostiquée.

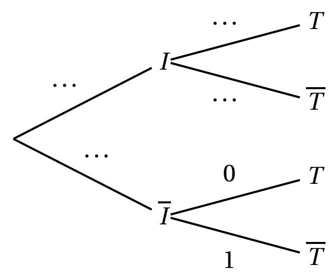
On choisit au hasard une personne dans la population française qui compte environ 66,6 millions d'habitants au 1er janvier 2016.

On considère les évènements :

- I : « la personne choisie est intolérante au gluten » ;
- T : « la personne choisie passe le test pour être diagnostiquée ».

PARTIE A

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :

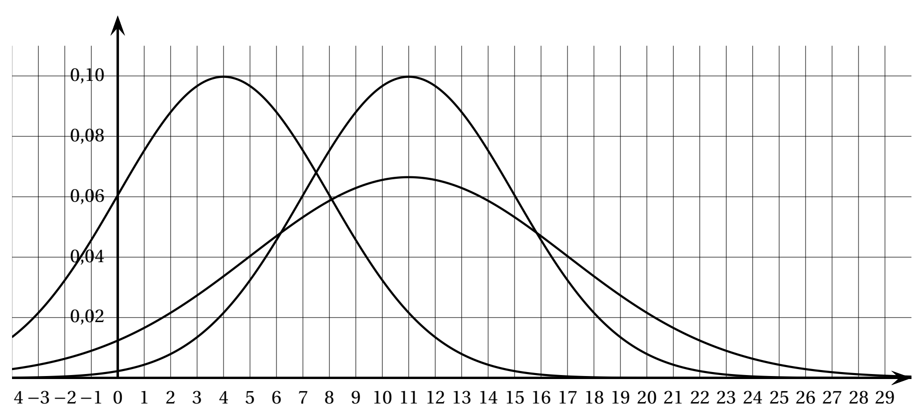


2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit intolérante au gluten et ne passe pas le test pour être diagnostiquée.
3. Montrer que $p(T) = 0,002$.

PARTIE B

L'AFDIAG a fait une enquête et a constaté que la maladie cœliaque était diagnostiquée en moyenne 11 ans après les premiers symptômes.
On note X la variable aléatoire représentant le temps en années mis pour diagnostiquer la maladie cœliaque à partir de l'apparition des premiers symptômes.
On admet que la loi de X peut être assimilée à la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

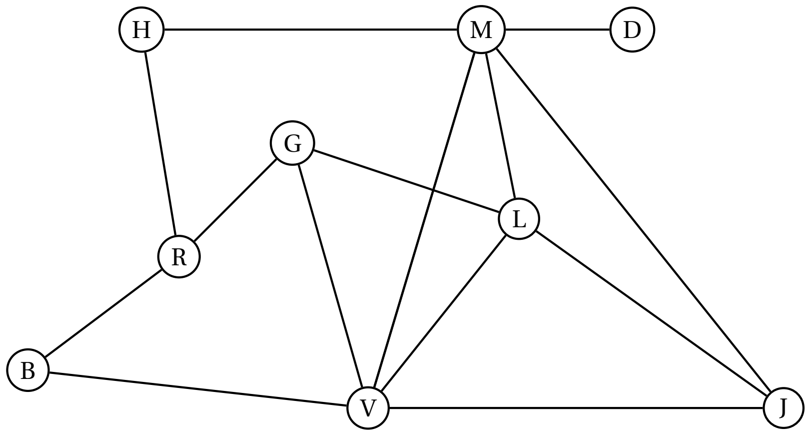
1. Calculer la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
2. Calculer $p(X \leqslant 6)$. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
3. Sachant que $p(X \leqslant a) = 0,84$, donner la valeur de a arrondie à l'unité.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Laquelle de ces trois courbes représente la fonction de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$? Justifier le choix. On pourra s'aider des réponses aux questions précédentes.



Exercice 3 **4 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Sarah, une jeune étudiante en géologie, souhaite partir en voyage en Islande avec des amis. Elle a loué une voiture tout terrain pour pouvoir visiter les lieux remarquables qu'elle a sélectionnés.
Sarah a construit le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les lieux à visiter et les arêtes représentent les routes ou pistes :



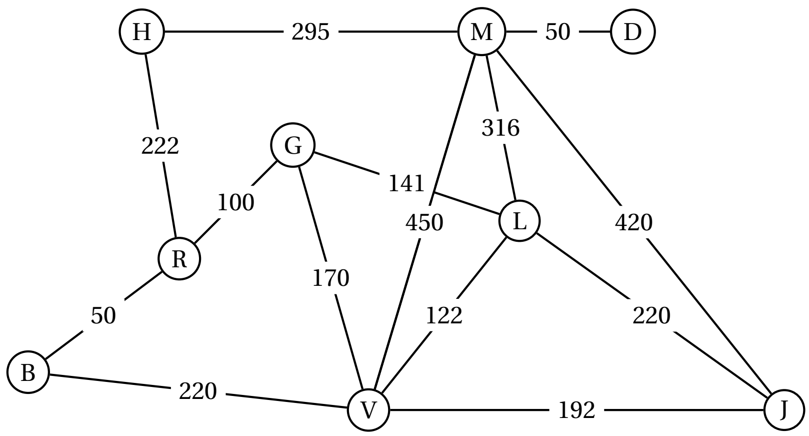
B : Le lagon bleu.	H : Rocher Hvitserkur.	M : Lac de Mývatn.
D : Chute d'eau de Dettifoss.	J : Lagune glacière de Jökulsárlón.	R : Capitale Reykjavik.
G : Geyser de Geysir.	L : Massif du Landmannalaugar.	V : Ville de Vik.

1. Dans cette question, chaque réponse sera justifiée.
   a. Déterminer l'ordre du graphe.
   b. Déterminer si le graphe est connexe.
   c. Déterminer si le graphe est complet.
2. Sarah désire emprunter toutes les routes une et une seule fois. Déterminer, en justifiant, si cela est possible.
3. On appelle M la matrice associée au graphe précédent sachant que les sommets sont placés dans l'ordre alphabétique. On donne ci-dessous une partie de la matrice M ainsi que la matrice M^4 :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 16 & 8 & 14 & 13 & 15 & 2 & 10 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 9 & 11 & 6 & 3 & 12 \\ 16 & 5 & 24 & 11 & 23 & 21 & 26 & 5 & 20 \\ 8 & 6 & 11 & 10 & 13 & 14 & 9 & 3 & 14 \\ 14 & 9 & 23 & 13 & 28 & 29 & 29 & 8 & 30 \\ 13 & 11 & 21 & 14 & 29 & 38 & 32 & 15 & 40 \\ 15 & 6 & 26 & 9 & 29 & 32 & 43 & 14 & 34 \\ 2 & 3 & 5 & 3 & 8 & 15 & 14 & 15 & 21 \\ 10 & 12 & 20 & 14 & 30 & 40 & 34 & 21 & 49 \end{pmatrix}$$

   a. Il manque certains coefficients de la matrice M. Compléter et recopier uniquement la partie manquante de cette matrice.
   b. Donner, en le justifiant, le nombre de chemins de longueur 4 permettant d'aller de B à D.

4. Sur le graphe pondéré ci-dessous, on a indiqué sur les arêtes les distances en kilomètre entre les différents lieux :



Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra la distance minimale permettant d'aller du sommet B (Lagon bleu) au sommet D (Chute d'eau de Dettifoss).

Préciser alors le trajet à emprunter.

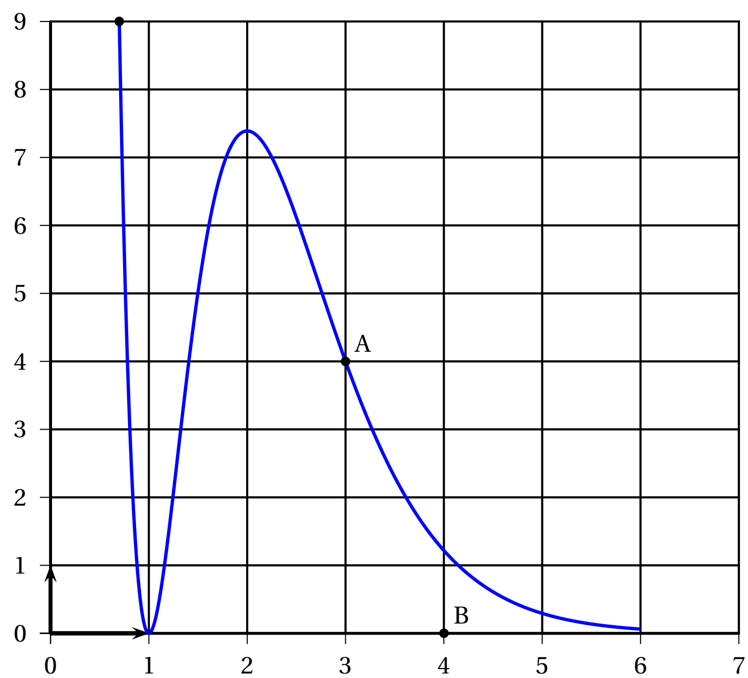
Exercice 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0,7\,;\,6]$; on suppose que f est dérivable.

PARTIE A : Étude graphique

On a représenté la fonction f sur le graphique ci-dessous.



1. La tangente au point d'abscisse 3 à la courbe représentative de f passe par les points A(3 ; 4) et B(4 ; 0). Déterminer $f'(3)$.
2. D'après le graphique ci-dessus, donner le tableau de signe de f' sur l'intervalle $[0,7\,;\,6]$.

PARTIE B : Étude théorique

On admet que la fonction f est définie par

$$f(x) = \left(x^2 - 2x + 1\right)\mathrm{e}^{-2x+6}.$$

1. Montrer que $f'(x) = \left(-2x^2 + 6x - 4\right)\mathrm{e}^{-2x+6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7;6]$ et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,7\,;\,6]$.

   On ne demande pas de calculer les ordonnées.
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats ci-dessous qui pourront être utilisés sans être démontrés.

L1	$f'(x) := (-2x\hat{}2 + 6x - 4) * \mathrm{e}\hat{}(-2x+6)$ $\rightarrow f'(x) = \left(-2x^2 + 6x - 4\right)\mathrm{e}^{-2x+6}$
L2	$g(x) :=$ Dérivée$[f'(x)]$ $\rightarrow g(x) = -16x\mathrm{e}^{-2x+6} + 4x^2\mathrm{e}^{-2x+6} + 14\mathrm{e}^{-2x+6}$
L3	Factoriser$[g(x)]$ $\rightarrow 2\mathrm{e}^{-2x+6}\left(2x^2 - 8x + 7\right)$
L4	Résoudre$[g(x) = 0]$ $\rightarrow \left\{x = \frac{-\sqrt{2}+4}{2}\ ;\ x = \frac{\sqrt{2}+4}{2}\right\}$
L5	$F(x) :=$ Primitive$[f(x)]$ $\rightarrow F(x) = \dfrac{1}{4}\left(-2x^2 + 2x - 1\right)\mathrm{e}^{-2x+6}$

   a. Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est concave.

   b. La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ? Si oui, en donner l'abscisse.

   c. On pose $I = \displaystyle\int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$. Calculer la valeur exacte de I puis la valeur arrondie à 10^{-1}.

Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES/L Liban 5 juin 2017 ∾

Exercice 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

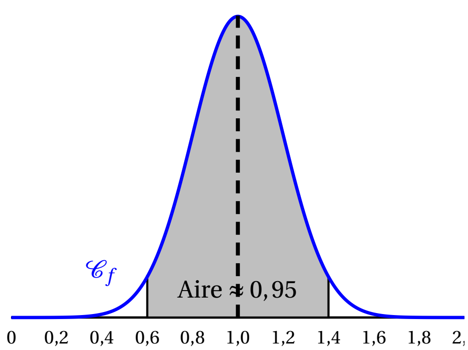
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{2}{x}$.

La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$ est :

a. 2 **b** $\frac{1}{\mathrm{e}-1}$ **c.** $\frac{2}{\mathrm{e}-1}$ **d.** $\frac{-2}{\mathrm{e}-1}$

2. On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale. La courbe de la figure ci-dessous représente la fonction de densité f associée à la variable X.



a. L'espérance de X est $0,4$.

b. L'espérance de X est $0,95$.

c. L'écart-type de X est environ $0,4$.

d. L'écart-type de X est environ $0,2$.

3. À l'occasion de son inauguration, un hypermarché offre à ses clients un ticket à gratter par tranche de 10 euros d'achats. L'hypermarché affirme que 15 % des tickets à gratter sont gagnants, c'est-à-dire donneront droit à un bon d'achat de 5 euros.

Amandine a reçu 50 tickets à gratter après un achat de 500 euros dans cet hypermarché. Deux d'entre eux étaient gagnants.

On suppose que le nombre de tickets à gratter est suffisamment important pour considérer qu'un échantillon de 50 tickets correspond à un tirage aléatoire avec remise.

a. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est [0,051 ; 0,249], les bornes étant arrondies au millième.

b. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est [0,100 ; 0,200], les bornes étant arrondies au millième.

c. La fréquence de tickets gagnants reçus par Amandine est $\dfrac{50}{500}$.

d. Amandine peut annoncer avec un risque de 5 % que l'affirmation de l'hypermarché n'est pas mensongère.

Exercice 2 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes

Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2.
En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012.
   Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement? Justifier la réponse.
2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à $0,1$.

Partie B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO_2.
En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle au cours de l'année $2005 + n$.

1. Déterminer u_0 et u_1.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$.
3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 10$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,98$. Préciser son premier terme.
   b. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.
4. **a.** Calculer la limite de la suite (u_n).
   b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO_2, par rapport à l'année 2005.

a. Recopier et compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme

```
1   Variables
2     U est du type nombre
3     n est du type nombre entier
4   Début Algorithme
5     U prend la valeur 41
6     n prend la valeur 0
7     Tant que (......) faire
8       Début Tant que
9       U prend la valeur ...
10      n prend la valeur n + 1
11      Fin Tant que
12    Afficher n
13  Fin Algorithme
```

b. L'algorithme affiche 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Les parties A et B sont indépendantes.

Notations :
Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.
Si A et B sont deux évènements, on note $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

Une agence Pôle Emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professionnelle.
Cette étude montre que :

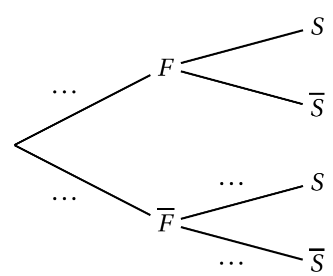
- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes et 48 % sont des hommes ;
- 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience et les autres sont avec expérience ;
- parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

Partie A

On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :

- S : l'évènement « le demandeur d'emploi est sans expérience » ;
- F : l'évènement « le demandeur d'emploi est une femme ».

1. Préciser $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les pointillés par les probabilités associées.



3. Démontrer que $p\left(\overline{F} \cap S\right) = 0,084$. Interpréter le résultat.

4. La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. Calculer la probabilité pour que ce soit un homme.
5. Sachant que la fiche prélevée est celle d'une femme, calculer la probabilité que ce soit la fiche d'un demandeur d'emploi sans expérience.

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec cinq demandeurs d'emploi qui sont suivis dans son agence. Pour cela, elle prélève cinq fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emplois dans son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que, parmi les cinq fiches tirées au hasard, il y ait au moins une fiche de demandeur d'emploi sans expérience.

Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A

Deux opérateurs Alpha et Bravo se partagent le marché de la téléphonie mobile dans un pays.

En 2015, l'opérateur Alpha possède 30 % du marché de téléphonie mobile. Le reste appartient à l'opérateur Bravo.

On étudie l'évolution dans le temps du choix des abonnés de 2015 pour l'un ou l'autre des opérateurs. Chaque abonné conserve un abonnement téléphonique, soit chez l'opérateur Alpha soit chez l'opérateur Bravo.

On estime que, chaque année :

- 12 % des abonnés de l'opérateur Alpha le quittent et souscrivent un abonnement chez l'opérateur Bravo.
- 86 % des abonnés de l'opérateur Bravo lui restent fidèles, les autres le quittent pour l'opérateur Alpha.

On modélise cette situation par un graphe probabiliste à deux sommets Alpha et Bravo :

- A est l'évènement : « l'abonné est chez l'opérateur Alpha » ;
- B est l'évènement : « l'abonné est chez l'opérateur Bravo ».

1. Dessiner ce graphe probabiliste.

   On admet que la matrice de transition de ce graphe probabiliste, en considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, est : $M = \begin{pmatrix} 0,88 & 0,12 \\ 0,14 & 0,86 \end{pmatrix}$.

   On note pour tout entier naturel n :

   - a_n la probabilité qu'un abonné soit chez l'opérateur Alpha l'année $2015+n$;
   - b_n la probabilité qu'un abonné soit chez l'opérateur Bravo l'année $2015+n$.

   On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste pour l'année $2015+n$.
2. Donner a_0 et b_0.
3. Montrer qu'en 2018, il y aura environ 44,2 % des abonnés chez l'opérateur Alpha.
4. Les deux opérateurs voudraient connaître la répartition de l'ensemble des abonnés sur le long terme. On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état stable de la répartition des abonnés.

   a. Montrer que les nombres x et y sont solutions du système $\left\{\begin{array}{lcl} 0,12x-0,14y & = & 0 \\ x+y & = & 1 \end{array}\right.$

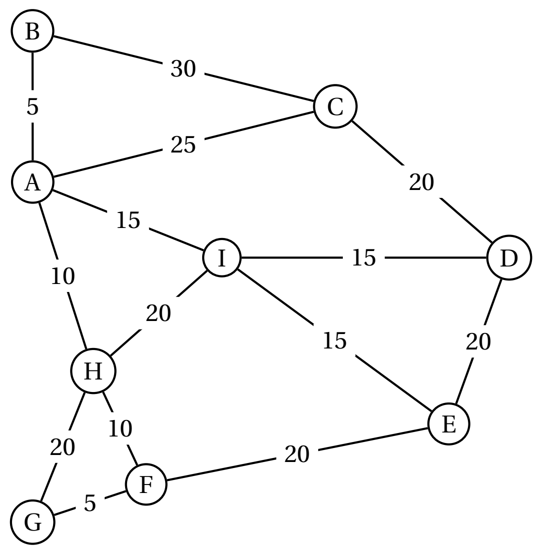
   b. Résoudre le système précédent dans l'ensemble des réels.

c. Déterminer la répartition des abonnés entre les deux opérateurs au bout d'un grand nombre d'années. Arrondir les pourcentages à 0,1 %.

Partie B

Un opérateur français doit développer son réseau de fibre optique dans la région des stations de ski notées A, B, C, D, E, F, G, H, I à l'approche de la saison touristique. À ce jour, seule la station C est reliée au réseau national de fibre optique.
Le coût des tronçons du réseau de fibre optique varie selon le relief des montagnes et des vallées.
L'opérateur a mené une étude afin de déterminer son plan de déploiement.
Dans le graphe ci-dessous :

- les sommets représentent les stations de ski ;
- les arêtes représentent les différents tronçons qu'il est possible de déployer ;
- le poids de chaque arête correspond au coût associé, en milliers d'euros.



1. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le tracé de fibre optique le moins cher à déployer, entre les stations C et G.
2. Déterminer, en milliers d'euros, le coût de ce tracé.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties sont liées.

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(x) = \frac{1}{0,5 + 100\,\mathrm{e}^{-x}}.$$

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

1. Montrer que, pour tout réel x dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a

$$f'(x) = \frac{100\,\mathrm{e}^{-x}}{(0,5+100\,\mathrm{e}^{-x})^2}.$$

On note f'' la fonction dérivée seconde de f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
Un logiciel de calcul formel fournit l'expression suivante de $f''(x)$:

$$f''(x) = \frac{100\,\mathrm{e}^{-x}\left(100\,\mathrm{e}^{-x}-0,5\right)}{(0,5+100\,\mathrm{e}^{-x})^3}.$$

2. **a.** Montrer que, dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, l'inéquation $100\,\mathrm{e}^{-x}-0,5 \geqslant 0$ est équivalente à l'inéquation $x \leqslant -\ln(0,005)$.

b. En déduire le tableau de signes de la fonction f'' sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

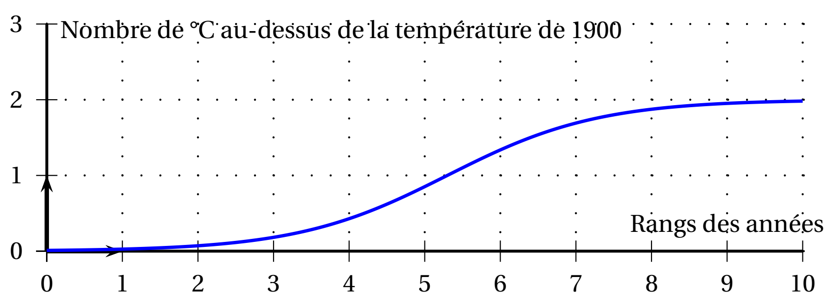
3. On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f tracée dans un repère.
Montrer, à l'aide de la question 2, que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion noté I, dont on précisera la valeur exacte de l'abscisse.

4. En utilisant les résultats de la question 2, déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est concave.

Partie B

Dans toute cette partie les températures seront exprimées en degrés Celsius, notés °C.

La COP21, conférence sur les changements climatiques des Nations Unies, a adopté le 12 décembre 2015 le premier accord universel sur le climat, appelé accord de Paris, signé par 195 pays.
Cet accord confirme l'objectif, d'ici l'année 2100, que la température terrestre ne dépasse pas de plus de 2 °C la température de l'année 1900.
Dans cette partie, on modélise, par la fonction f de la partie A, une évolution de température possible permettant d'atteindre l'objectif de l'accord de Paris.
La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction est tracée ci-dessous, et I est son point d'inflexion.
Sur l'axe des abscisses, l'année 1900 correspond à 0 et une unité représente 25 ans, donc l'année 1925 correspond à 1.
Sur l'axe des ordonnées, on a représenté le nombre de degrés Celsius au-dessus de la température de 1900.



1. **a.** Calculer $f(10)$, en arrondissant le résultat au centième.

b. En déduire qu'en 2150, avec ce modèle, l'objectif de l'accord de Paris sera respecté.

2. **a.** En utilisant la partie A, déterminer l'année correspondant à l'abscisse du point I d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$. Arrondir le résultat à l'unité.

b. Calculer, pour cette année-là, le nombre de degrés Celsius supplémentaires par rapport à 1900.

3. On appelle vitesse du réchauffement climatique la vitesse d'augmentation du nombre de degrés Celsius. On admet que, à partir de 1900, la vitesse du réchauffement climatique est modélisée par la fonction f'.

   a. Est-il vrai de dire qu'après 2033 la température terrestre diminuera ? Justifier la réponse.

   b. Est-il vrai de dire qu'après 2033 la vitesse du réchauffement climatique diminuera ? Justifier la réponse.

4. Pour sauvegarder les îles menacées par la montée des eaux, la température terrestre ne doit pas dépasser de plus de 1,5 °C la température de l'année 1900.

   Déterminer l'année au cours de laquelle la température terrestre atteindra ce seuil, selon ce modèle.

Annexe

À rendre avec la copie

Exercice 4 – Question 1. a.
Candidats ayant sui l'enseignement de spécialité

k	0	1	2	3	4	5	6	7
a_{2k+1}								
$2a_{2k+1}$								
R								
I								

Baccalauréat Centres étrangers Terminale ES 13 juin 2017

EXERCICE 1 **4 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[1\ ;\ 9]$, alors :

a. $p(1 < X < 9) = \frac{1}{8}$ **b.** $p(5 < X < 9) = \frac{1}{2}$ **c.** $p(1 < X < 3) = \frac{3}{8}$ **d.** $p(1 < X < 2) = \frac{1}{2}$

2. Une enquête sanitaire a pour objectif d'estimer la proportion de personnes qui respectent le calendrier de vaccinations préconisé par le Haut Conseil de la Santé Publique. Pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude $0,01$ au niveau de confiance $0,95$ de cette proportion, il faut interroger :

a. 200 personnes **b.** 400 personnes **c.** 10 000 personnes **d.** 40 000 personnes

3. La solution de l'équation $x^{23} = 92$ est égale à :

a. 4 **b.** 1,2 **c.** $\text{e}^{\frac{\ln(92)}{23}}$ **d.** $\text{e}^{\frac{\ln(23)}{92}}$

4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-10\ ;\ 10]$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-10		-5		3		10
$g(x)$	7	↘	2	↗	4	↘	-6

On note $I = \int_{-5}^{3} g(x)\,\text{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-5 \leqslant I \leqslant 3$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 4$ **c.** $16 \leqslant I \leqslant 32$ **d.** $4 \leqslant I \leqslant 8$

EXERCICE 2 6 POINTS

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-20\ ;\ 20]$ par

$$f(x) = (-2x + 30)\text{e}^{0,2x-3}.$$

1. **a.** Montrer que $f'(x) = (-0,4x+4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$ pour tout réel x de l'intervalle $[-20~;~20]$.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-20~;~20]$.
On précisera la valeur exacte du maximum de f.

2. **a.** Montrer que, sur l'intervalle $[-20~;~20]$, l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution α.

b. Donner un encadrement de α d'amplitude $0,1$.

3. Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	Dériver $(-10x+200)\mathrm{e}^{0,2x-3}$ $(-2x+30)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
2	Dériver $(-2x+30)\mathrm{e}^{0,2x-3}$ $(-0,4x+4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$
3	Dériver $(-0,4x+4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$ $(-0,08x+0,4)\mathrm{e}^{0,2x-3}$

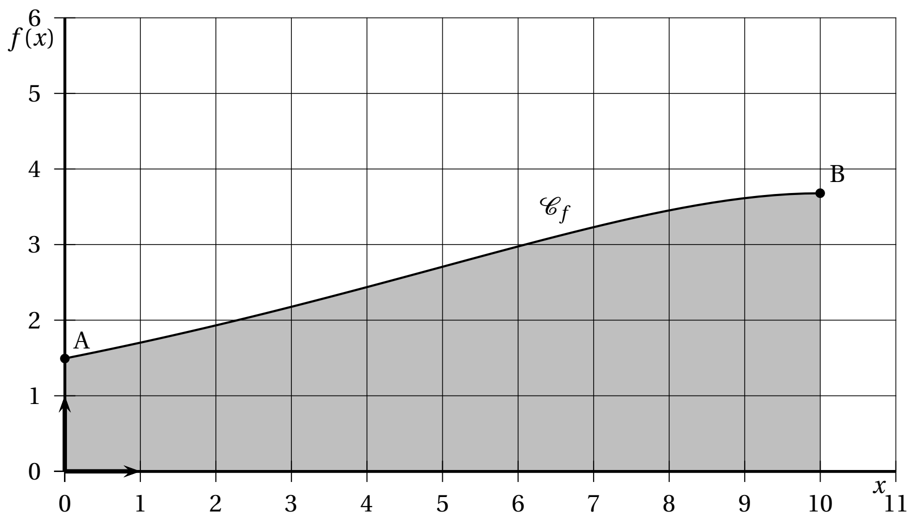
Répondre aux deux questions suivantes en utilisant les résultats donnés par le logiciel :

a. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{10}^{15} f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. Déterminer le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe et préciser l'abscisse du point d'inflexion.

Partie B

Une station de ski souhaite ouvrir une nouvelle piste au public. Le relief de cette piste est modélisé ci-dessous par la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie dans la partie A sur l'intervalle $[0\,;\,10]$. Le point B représente le départ de la nouvelle piste et le point A représente la station de ski où se trouve l'arrivée.



Le réel x représente la distance horizontale, exprimée en km, depuis la station de ski et $f(x)$ représente l'altitude, exprimée en km.
On appelle pente de la piste au point M, le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point M. Par exemple, une pente de 15 % en un point de la piste correspond à un coefficient directeur de $\dfrac{15}{100} = 0,15$.

1. On appelle dénivelé d'une piste de ski, la différence d'altitude entre le point de départ et le point d'arrivée de cette piste. Calculer le dénivelé de cette nouvelle piste. On arrondira le résultat au mètre.

2. La station de ski doit déterminer la difficulté de cette nouvelle piste en fonction de la pente.

— La piste sera classée noire, c'est-à-dire très difficile, si au moins une portion de la piste a une pente supérieure ou égale à 40 %.

— La piste sera classée rouge, c'est-à-dire difficile, si au moins une portion de la piste a une pente strictement comprise entre 25 % et 40 % (et aucune portion avec une pente supérieure ou égale à 40 %).

— Si toutes les portions de la piste ont une pente inférieure ou égale à 25 % alors la piste sera classée bleue, c'est-à-dire facile.

Déterminer le niveau de difficulté de cette nouvelle piste. Justifier la réponse.

EXERCICE 3 5 POINTS

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

La renouée du Japon est une plante à croissance très rapide et très invasive.
Un jardinier souhaite faire disparaître de son terrain cette espèce qui occupe une superficie de 120 m^2 au 1$^{\text{er}}$ janvier 2017. Pour cela, chaque année au printemps, il procède à un arrachage qui permet de réduire de 10 % la superficie de terrain envahi l'année précédente. Cependant, cette espèce de plante ayant une puissance de dissémination très importante, de nouvelles pousses apparaissent chaque été et envahissent une nouvelle parcelle de terrain d'une superficie de 4 m^2.

1. Déterminer la superficie de terrain envahi par cette plante au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018.

On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente la superficie de terrain en m^2 envahi par la Renouée du Japon au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2017+n$.

La suite (u_n) est donc définie par $u_0 = 120$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = 0,9u_n + 4$.

2. Le jardinier souhaite connaître l'année à partir de laquelle il aura réduit au moins de moitié la superficie de terrain envahi par rapport au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2017.

Recopier et compléter les lignes L1, L3, L4 et L7 de l'algorithme suivant afin qu'il détermine l'année souhaitée.

On ne demande pas de faire fonctionner l' algorithme.

L1	U prend la valeur ...
L2	N prend la valeur 0
L3	Tant que ....
L4	U prend la valeur...................
L5	N prend la valeur $N+1$
L6	Fin tant que
L7	Afficher ....

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 40$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,9$ et préciser le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

c. Justifier que $u_n = 80 \times 0,9^n + 40$ pour tout entier naturel n.

4. a. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation
$80 \times 0,9^n + 40 \leqslant 60$.

b. En déduire l'année à partir de laquelle la superficie envahie par la plante sera réduite au moins de moitié par rapport au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2017 .

5. Le jardinier arrivera-t-il à faire disparaître complètement la plante de son terrain ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 5 POINTS

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un parti politique organise une élection en son sein pour désigner son candidat à l'élection présidentielle. Seuls les adhérents de ce parti peuvent voter à cette élection et ils ont le choix entre deux candidats A et B.
Pendant la campagne électorale, certains adhérents indécis changent d'avis.
Un institut de sondage consulte chaque mois le même échantillon d'adhérents et recueille leurs intentions de vote.
Il observe que l'évolution de l'état de l'opinion peut être modélisée de la façon suivante.
Chaque mois :

- 5 % des adhérents ayant déclaré vouloir voter pour le candidat A le mois précédent changent d'avis et déclarent vouloir voter pour le candidat B.
- 3 % des adhérents ayant déclaré vouloir voter pour le candidat B le mois précédent déclarent vouloir voter pour le candidat A.

Au début de la campagne électorale, 65 % des adhérents déclarent vouloir voter pour le candidat A.
On représente ce modèle par un graphe probabiliste $(\mathcal{G})$ de sommets A et B où :

- A est l'évènement : « l'adhérent déclare vouloir voter pour le candidat A » ;
- B est l'évènement : « l'adhérent déclare vouloir voter pour le candidat B ».

Dans la suite de l'exercice, on note :

- a_n la probabilité qu'un adhérent déclare vouloir voter pour le candidat A, le n-ième mois après le début de la campagne. On a donc $a_0 = 0,65$.
- b_n la probabilité qu'un adhérent déclare vouloir voter pour le candidat B, le n-ième mois après le début de la campagne.

On note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste correspondant aux intentions de vote le n-ième mois après le début de la campagne. On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,65 & 0,35 \end{pmatrix}$.

1. a. Dessiner le graphe probabiliste $(\mathcal{G})$ de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

2. Démontrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,628 & 0,372 \end{pmatrix}$.

3. On note $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ l'état stable associé à ce graphe.

a. Démontrer que les nombres a et b sont solutions du système

$$\left\{\begin{array}{rcl} 0,05a - 0,03b & = & 0 \\ a + \quad b & = & 1 \end{array}\right. .$$

b. Résoudre le système précédent.

c. Interpréter dans le contexte de l'exercice la solution obtenue à la question **3. b.**

4. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a $a_{n+1} = 0,92a_n + 0,03$.

b. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par
$v_n = a_n - 0,375$.
Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,92$ et préciser le premier terme.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et en déduire que :
$a_n = 0,275 \times 0,92^n + 0,375$.

5. La campagne électorale dure 11 mois. Si la modélisation de l'institut de sondage est valable, quel candidat sera probablement élu ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 5 POINTS

Commun à tous les candidats

Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A

Une étude statistique met en évidence que :

- 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- 35 % des embarcations louées sont des kayaks ;
- les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure ;
- 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 1 heure ;
- la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure.

On interroge au hasard un touriste qui vient pour louer une embarcation. On note A, B, C, D et E les évènements suivants :

- A : « l'embarcation louée est un pédalo » ;
- B : « l'embarcation louée est un kayak » ;
- C : « l'embarcation louée est un bateau électrique » ;
- D : « l'embarcation est louée pour une durée de 1 heure » ;
- E : « l'embarcation est louée pour une durée de 2 heures ».

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité $p(A \cap E)$.

3. Montrer que la probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égale à $0,39$.

4. Sachant que l'embarcation a été louée pendant 2 heures, quelle est la probabilité que ce soit un bateau électrique ? Arrondir le résultat au centième.

5. La base nautique pratique les tarifs suivants :

	1 heure	2 heures
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16 €
Bateau électrique	35 €	60€

En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Déterminer la recette journalière que peut espérer la base nautique.

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième

Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie moyenne de 500 minutes.
Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation.
On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de fonctionnement de la batterie d'un bateau, exprimée en minutes. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. À l'aide de la calculatrice, calculer $p(490 < X < 520)$.
2. Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés.
   Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.
3. Déterminer l'entier a tel que $p(X < a) \approx 0,01$.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Durée : 3 heures

൭ Baccalauréat Terminale ES Antilles-Guyane 16 juin 2017 ൭

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire. On note $\overline{B}$ l'évènement contraire de B. On sait que : $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,42$. On peut affirmer que :

a. $P_A(B) = 0,3$.

b. $P(A \cup B) = 0,58$.

c. $P_B(A) = 0,84$.

d. $P\left(A \cap \overline{B}\right) = 0,28$.

2. Dans une station de ski, le temps d'attente à un télésiège donné, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

a. L'espérance de cette loi X est $\dfrac{2}{5}$.

b. $p(X > 2) = \dfrac{3}{5}$.

c. $p(X \leqslant 2) = \dfrac{3}{5}$.

d. $p(X \leqslant 5) = 0$.

3. Une machine remplit des flacons dont le volume annoncé est de 100 mL. On admet que le volume contenu dans le flacon peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 100 mL et d'écart type 2 mL.

a. $p(Y \leqslant 100) = 0,45$.

b. $p(Y > 98) = 0,75$.

c. $p(96 \leqslant Y \leqslant 104) \approx 0,95$.

d. $p(Y \leqslant 110) \approx 0,85$.

4. Un article de journal affirme, qu'en France, il y a 16 % de gauchers. Un chercheur souhaite vérifier cette affirmation. Pour cela, il veut déterminer la taille de l'échantillon de la population française à étudier qui permettrait d'obtenir un intervalle de confiance d'amplitude égale à 0,1 au niveau de confiance de 0,95. La taille de l'échantillon est :

a. 30.

b. 64.

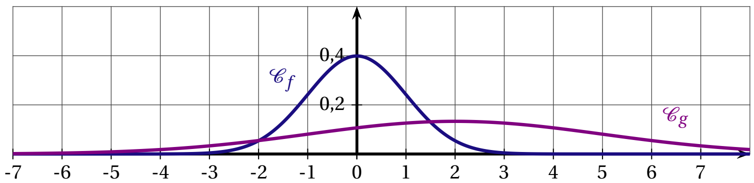
c. 100.

d. 400.

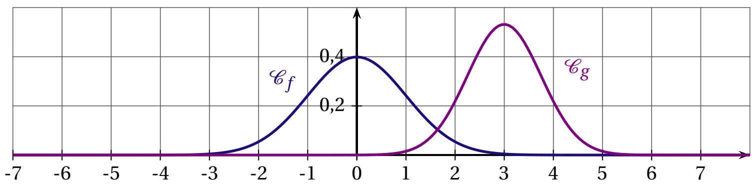
5. La fonction f est la fonction densité de probabilité associée à la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0 ; 1)$. La fonction g est la fonction de densité de probabilité associée à la loi normale de moyenne $\mu = 3$ et d'écart type $\sigma = 2$.

La représentation graphique de ces deux fonctions est :

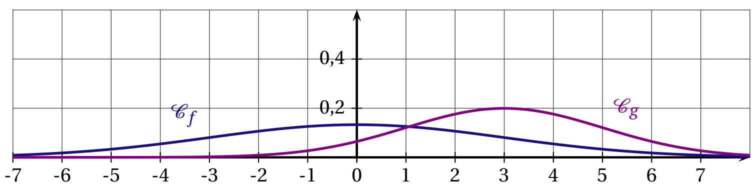
a.



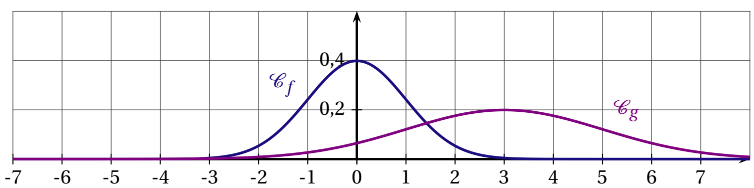
b.



c.



d.



Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Un particulier possède une piscine et décide de s'équiper d'un système automatique de remplissage pour tenir compte de l'évaporation pendant la période estivale. Sur un site spécialisé, il apprend que les conditions climatiques dans sa région pendant cette période sont telles qu'il peut prévoir une évaporation quotidienne de 4 % de la quantité d'eau. Il décide alors de régler son système de remplissage automatique à un apport de 2 m^3 d'eau par jour.

Le premier jour de la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage, la piscine contient 75 m^3.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le volume d'eau dans la piscine, exprimé en mètre cube (m^3), n jours après la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage.

Ainsi, $u_0 = 75$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que la suite (u_n) n'est pas arithmétique.
   Est-elle géométrique ?
3. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,96 \times u_n + 2$.
4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 50$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,96 et de premier terme v_0.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 25 \times 0,96^n + 50$.

d. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Si le volume d'eau dans la piscine est inférieur à 65m^3, le niveau de l'eau est insuffisant pour alimenter les pompes de filtration ce qui risque de les endommager. Pour connaître le nombre de jours pendant lesquels le niveau d'eau reste suffisant sans risquer de panne en conservant ce réglage, on construit l'algorithme suivant :

Variables :	n est un nombre entier naturel	L1
	u est un nombre réel	L2
Traitement :	n prend la valeur 0	L3
	u prend la valeur 75	L4
	Tant que u	L5
	u prend la valeur	L6
	n prend la valeur $n+1$	L7
	Fin Tant que	L8
Sortie :	Afficher n	L9

a. Recopier et compléter les lignes L5 et L6 de cet algorithme.

b. Quel est le résultat affiché en sortie de cet algorithme ?

c. Pendant combien de jours le niveau de l'eau est-il suffisant si on conserve ce réglage ?

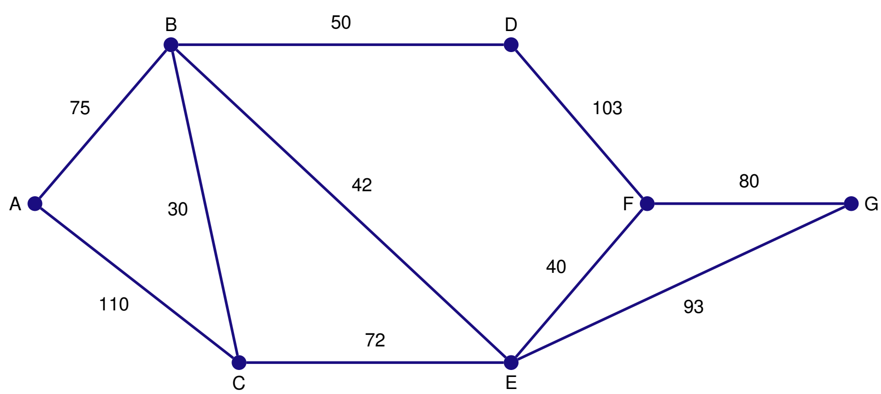
Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

Le graphe ci-dessous représente le plan d'un centre de vacances. Les arêtes représentent les allées et les sommets, les carrefours. On a indiqué sur chaque arête la longueur en mètre des allées entre deux carrefours.



1. Le service d'entretien doit nettoyer toutes les allées. En partant du carrefour C, peut-on nettoyer toutes les allées en passant une et une seule fois par chacune d'elles ? Justifier la réponse.
2. Existe-t-il un parcours permettant de nettoyer toutes les allées en passant une et une seule fois par chacune d'elles et de revenir au point de départ ? Justifier la réponse.
3. Déterminer le trajet le plus court pour aller du carrefour A au carrefour G.

PARTIE B

Dans ce centre de vacances, les vacanciers peuvent, chaque jour, déjeuner au restaurant du centre ou à l'extérieur. On constate chaque jour que :

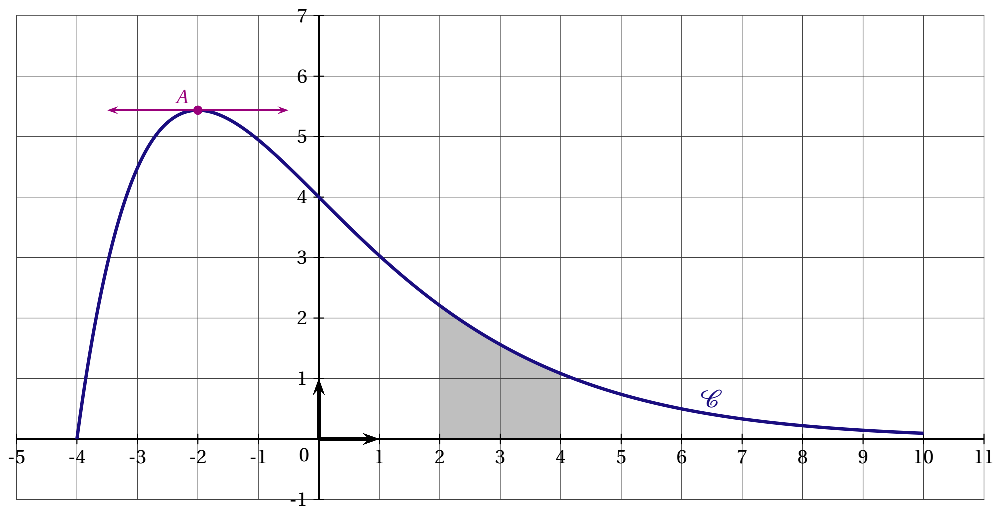
— 5 % des vacanciers ayant déjeuné au centre de vacances ne se réinscrivent pas pour le lendemain ;
— 20 % des vacanciers ayant déjeuné à l'extérieur s'inscrivent pour déjeuner au centre de vacances le lendemain.

On note D l'état « Déjeuner au centre de vacances » et E l'évènement « Déjeuner à l'extérieur ».

1. Construire un graphe modélisant cette situation.
2. Écrire la matrice de transition de ce graphe, les sommets étant rangés selon l'ordre alphabétique.
3. Le premier jour, le quart des vacanciers a déjeuné au centre de vacances. Quel pourcentage de vacanciers déjeunera au centre de vacances le deuxième jour ? Le cinquième jour ?
4. L'état $\begin{pmatrix}0,5 & 0,5\end{pmatrix}$ est-il stable ?
5. Peut-on affirmer qu'à terme, si les comportements des vacanciers restent les mêmes, 75 % des vacanciers prendront leur déjeuner au centre ?

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 10]$. On note f' la fonction dérivée de f, et f'' sa dérivée seconde.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses.
Le domaine S grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 2$ et la droite d'équation $x = 4$.



PARTIE A

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de $f'(-2)$.
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de $f'(4)$?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine S grisé sur la figure.

PARTIE B

La fonction f précédente est définie sur l'intervalle $[-4 ; 10]$ par

$$f(x) = (x+4)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

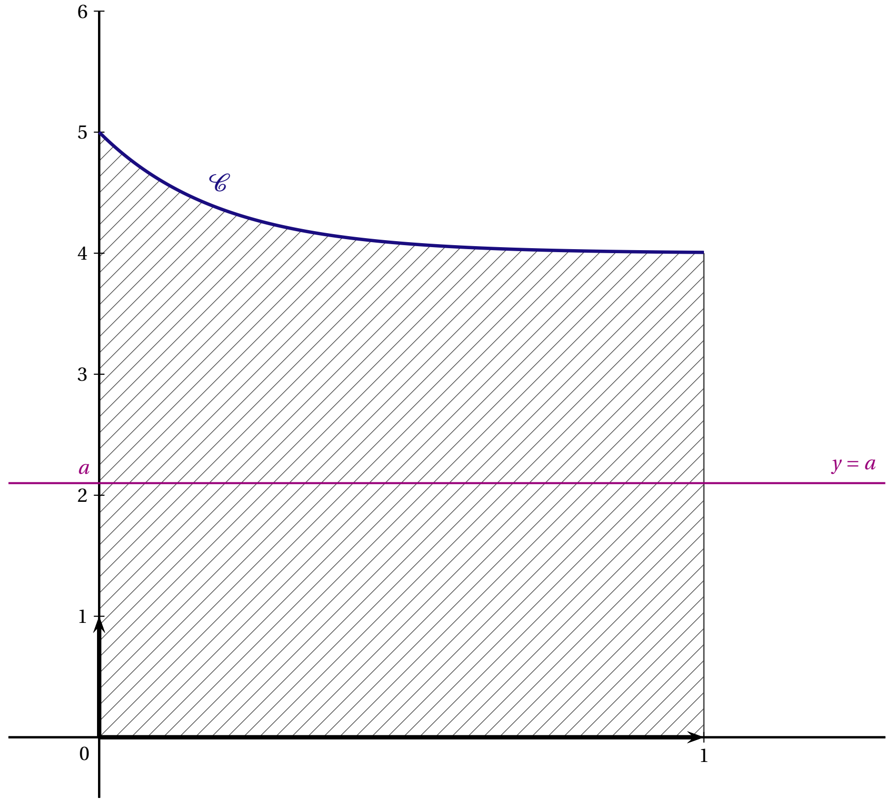
1. **a.** Montrer que $f'(x) = (-0,5x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4~;~10]$.
   c. Montrer que sur l'intervalle $[1~;~6]$ l'équation $f(x) = 1,5$ admet une unique solution.
   On notera α cette unique solution.
   d. Donner une valeur approchée à 10^{-2} de α.
2. On admet que la dérivée seconde de f est définie par $f''(x) = 0,25x\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   a. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-4~;~10]$.
   b. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion I dont on calculera les coordonnées.
3. **a.** On considère la fonction F définie par $F(x) = (-2x-12)\mathrm{e}^{-0,5x}$. Comment peut-on montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $[-4;10]$? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*
   b. Calculer $S = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

Exercice 4 **3 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~1]$ par

$$f(x) = 4 + \mathrm{e}^{-5x}.$$

On a tracé dans le repère orthogonal ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère du plan.
Le domaine $\mathscr{D}$ hachuré sur la figure est le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
On veut partager le domaine hachuré en deux domaines de même aire par une droite d'équation $y = a$, parallèle à l'axe des abscisses, selon l'exemple donné ci-dessous.



1. Justifier que la valeur $a = 3$ ne convient pas.

2. Déterminer à $0,1$ près une valeur de a qui convienne.

Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 16 juin 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. La solution exacte de l'équation $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = \dfrac{3}{10}$ est :

a. 1,74 **b.** $\dfrac{\ln 10 - \ln 3}{\ln 2}$ **c.** $-\dfrac{\ln 3}{\ln 5}$ **d.** 0,5

2. f est la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x\mathrm{e}^{x^2}$.

La valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

a. $4\mathrm{e}^4 - 4\mathrm{e}^{-4}$ **b.** $4\left(\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}^{-4}\right)$ **c.** 0 **d.** 1

3. f est la fonction définie pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = (2x+3)\ln x$.

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$ on a :

a. $f'(x) = \dfrac{2x+3}{x}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{2}{x}$

c. $f'(x) = 2\ln x + \dfrac{3}{x} + 2$ **d.** $f'(x) = 2\ln x + \dfrac{3}{x}$

4. Une grandeur a été augmentée de 5 % la première année, puis de 7 % la deuxième année.

Sur ces deux années, le pourcentage global d'augmentation est égal à :

a. 12 % **b.** 35 % **c.** 0,35 % **d.** 12,35 %

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2014 publiée par le ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC). Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen était seulement de 56,6 %.
On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.
On considère les évènements suivants :

— A « le candidat a suivi la filière AAC » ;
— R « le candidat a été reçu à l'examen ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. **a.** Donner les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$.
   b. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité $P(A \cap R)$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.
3. Justifier que $P(R) = 0{,}6028$.
4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.
   On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

PARTIE B

Un responsable d'auto-école affirme que pour l'année 2016, la probabilité d'être reçu à l'examen est égale à $0,62$.
Ayant des doutes sur cette affirmation, une association d'automobilistes décide d'interroger 400 candidats à l'examen parmi ceux de 2016. Il s'avère que 220 d'entre eux ont effectivement obtenu le permis de conduire.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de candidats reçus dans un échantillon aléatoire de 400 candidats.
2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école ?
   Justifier votre réponse.

PARTIE C

Selon une enquête menée en 2013 par l'association « Prévention Routière », le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait environ 1 500 €. On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 1500$ et d'écart-type $\sigma = 410$.

1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris entre 1 090 € et 1 910 €.
2. Déterminer $P(X \leqslant 1155)$.
   On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.

3. **a.** Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a arrondi à l'unité, vérifiant $P(X \geqslant a) = 0,2$.

b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

Exercice 3 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4\,000$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,996 \times u_n + 7,2$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, u_n permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année $2015 + n$.

2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule et affiche la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.

Variables :	N est un entier naturel
	U est un nombre réel
Initialisation :	Affecter à N la valeur 2015
	Affecter à U la valeur 4 000
Traitement :	
Sortie :	Afficher N

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1800$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 2\,200 \times 0,996^n + 1\,800$.

c. Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître ? Justifier la réponse.

4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 milliards d'arbres en 10 ans.

En 2016 on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards.

On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.

L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 milliards d'arbres de 2016 à 2025 ?

Justifier la réponse.

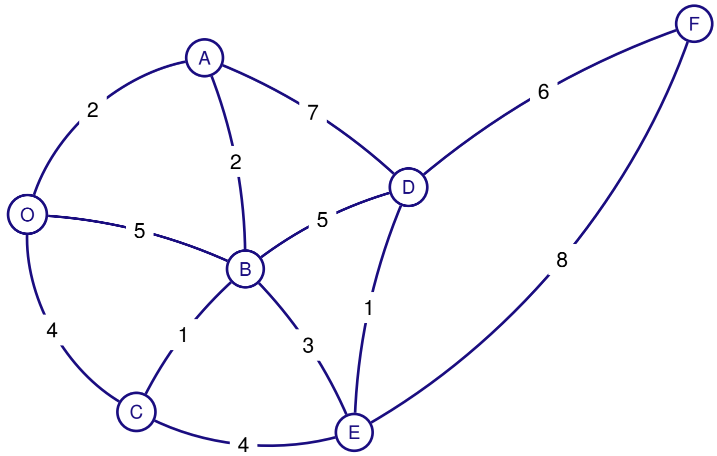
Exercice 3 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

Alex a téléchargé sur son smartphone un jeu lui permettant de combattre des animaux virtuels par localisation GPS. Le graphe pondéré représenté ci-dessous illustre le trajet qu'Alex doit suivre en marchant dans les rues de sa ville et le nombre d'animaux virtuels qu'il doit combattre sur la route suivie.



À l'aide d'un algorithme, déterminer le nombre minimal de créatures qu'Alex doit combattre s'il part du point O pour arriver au point F de la ville. Détailler les étapes de l'algorithme.

PARTIE B

Alex retrouve d'autres personnes, ayant le même jeu, dans le parc de la ville dans le but de comparer le nombre de créatures qu'ils ont combattues.
Le premier jour, 8 personnes se sont retrouvées dans le parc. Le second jour, on comptait 25 personnes et le troisième jour, 80 personnes se sont retrouvées dans le parc.
Soit f la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont trois nombres réels et x un nombre entier compris entre 1 et 10. On admet que la fonction f modélise le nombre de personnes qui se retrouvent dans le parc le x-ième jour.

1. Traduire l'énoncé par un système de trois équations à trois inconnues a, b et c.

2. Vérifier que ce système est équivalent à l'équation $AX = B$ avec :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 8 \\ 25 \\ 80 \end{pmatrix}$$

3. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 & 0,5 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

a. Calculer $M \times A$.

b. Que représente la matrice M pour la matrice A ?

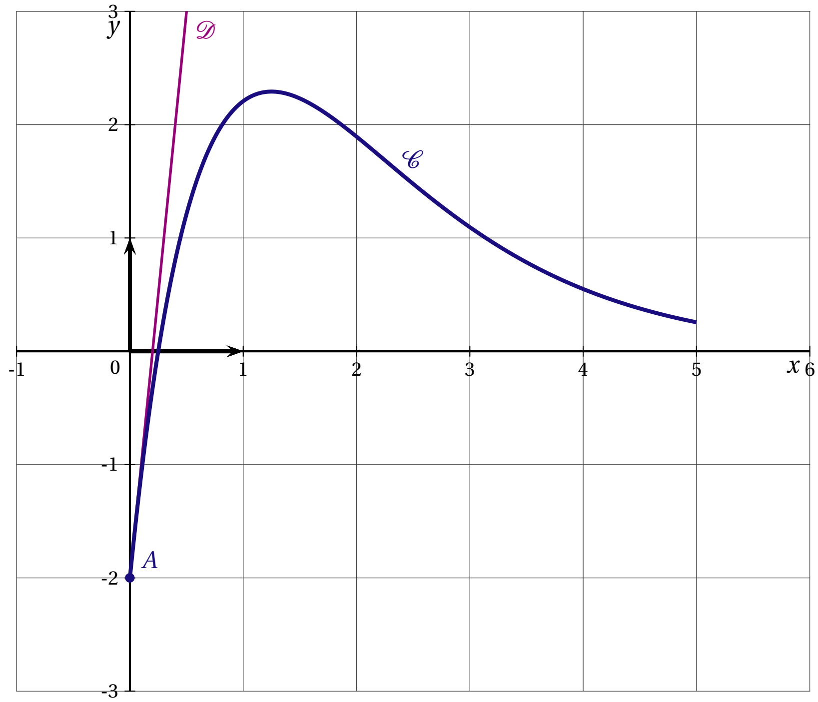
4. Le parc de la ville a une capacité d'accueil de 2 500 personnes.
Selon ce modèle, le parc risque-t-il de refuser d'accueillir des personnes un de ces dix jours ?
Justifier la réponse.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par

$$f(x) = (ax - 2)\mathrm{e}^{-x},$$

où a est un nombre réel.
On admet dans tout l'exercice que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
La courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O.



Les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$ passent toutes les deux par le point $A(0\,;\,-2)$.
La droite $\mathscr{D}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A et admet pour équation $y = 10x - 2$.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Donner, à l'aide des informations ci-dessus et sans justifier les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

2. a. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,5]$ on a :

$$f'(x) = (-ax + a + 2)\mathrm{e}^{-x}$$

b. Déduire des questions précédentes que $a = 8$.

c. Donner l'expression de $f'(x)$.

3. a. Préciser le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,5]$. On pourra faire un tableau.

b. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur ce même intervalle.

c. Résoudre sur l'intervalle $[0\,;\,5]$ l'équation $f(x) = 0$.

4. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu les résultats suivants :

1	$g(x) := (-8 * x + 10) * \exp(-x)$ $\rightarrow g(x) := (-8x + 10)\,\mathrm{e}^{-x}$
2	Dériver $[g(x), x]$ $\rightarrow (8 * x - 18) * \exp(-x)$
3	Résoudre $[(8 * x - 18) * \exp(-x) > 0, x]$ $\rightarrow x > 9/4$

En utilisant ces résultats :

a. Donner l'expression de f'', fonction dérivée seconde de la fonction f.

b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion dont on donnera la valeur exacte de l'abscisse.

5. Une entreprise fabrique des grille-pains. Après avoir fait une étude, son directeur constate que si l'entreprise fabrique chaque jour x milliers de grille-pains (où x est un nombre réel de l'intervalle $[0~;~5]$), alors le bénéfice quotidien est donné, en centaine de milliers d'euros, par la fonction f définie par :

$$f(x) = (8x - 2)\mathrm{e}^{-x}$$

a. Quelle quantité de grille-pains l'entreprise doit-elle fabriquer afin de réaliser un bénéfice maximal ?

b. Quel est alors la valeur de ce bénéfice maximal ?
On donnera une valeur approchée du résultat à l'euro près.

∽ Baccalauréat ES Métropole 21 juin 2017 ∾

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième près.

1. Un supermarché dispose de plusieurs caisses. Un client qui se présente à une caisse doit attendre un certain temps T_1 avant d'être pris en charge par le caissier. On considère que ce temps d'attente T_1 exprimé en minute, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 12]$.

a. Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge ?

b. Quel est le temps moyen d'attente à une caisse ?

2. Le gérant du magasin décide de mettre à disposition des clients des caisses automatiques, de façon à réduire le temps d'attente pour les clients ayant un panier contenant peu d'articles.

Le temps d'attente T_2, exprimé en minute, à chacune de ces caisses automatiques est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart type $1,5$.

Calculer la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre $0,75$ minute et 6 minutes.

3. Ces caisses automatiques tombent souvent en panne. On donne les informations suivantes.

- Le nombre de caisses automatiques est $n = 10$.
- La probabilité qu'une caisse automatique tombe en panne pendant une journée donnée est $p = 0,1$.
- Une panne constatée sur une caisse automatique n'influence pas les autres caisses automatiques.

Soit X la variable aléatoire correspondant au nombre de caisses automatiques qui tombent en panne pendant une journée donnée.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.

b. Calculer la probabilité pour qu'aucune caisse automatique ne tombe en panne pendant une journée donnée.

4. Sur la devanture de son magasin, le gérant du supermarché affiche :

« Plus de 90 % des clients de notre magasin sont satisfaits par la mise en place de nos caisses automatiques. »

Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation. Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 763 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques.

Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Au 1er janvier 2017, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois :

- 25 % des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion;
- 12 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

PARTIE A

On modélise le nombre d'adhérents de l'association par la suite (u_n) telle que
$u_0 = 900$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 0,75u_n + 12.$$

Le terme u_n donne ainsi une estimation du nombre d'adhérents de l'association au bout de n mois.

1. Déterminer une estimation du nombre d'adhérents au 1er mars 2017.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 48$ pour tout entier naturel n.
   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.
   b. Préciser v_0 et exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n,
   $$u_n = 852 \times 0,75^n + 48.$$
3. La présidente de l'association déclare qu'elle démissionnera si le nombre d'adhérents devient inférieur à 100. Si on fait l'hypothèse que l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit de la même façon, faudra-t-il que la présidente démissionne?
   Si oui, au bout de combien de mois?

Partie B

Chaque adhérent verse une cotisation de 10 euros par mois. Le trésorier de l'association souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2017.
Le trésorier souhaite utiliser l'algorithme suivant dans lequel la septième et la dernière ligne sont restées incomplètes (pointillés).

1. Recopier et compléter l'algorithme de façon qu'il affiche le montant total des cotisations de l'année 2017.

Variables	S est un nombre réel N est un entier U est un nombre réel
Initialisation	S prend la valeur 0 U prend la valeur 900

	Pour N allant de 1 à 12 :
	  Affecter à S la valeur ...
	  Affecter à U la valeur $0,75U + 12$
	Fin Pour

Sortie	...

2. Quelle est la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017?

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Dans un jeu vidéo, une suite d'énigmes est proposée au joueur. Ces énigmes sont classées en deux catégories : les énigmes de catégorie A sont les énigmes faciles ; les énigmes de catégorie B sont les énigmes difficiles.
Le choix des énigmes successives est aléatoire et vérifie les conditions suivantes :

- la première énigme est facile ;
- si une énigme est facile, la probabilité que la suivante soit difficile est égale à 0,15 ;
- si une énigme est difficile, la probabilité que la suivante soit facile est égale à 0,1.

Pour $n \geqslant 1$, on note :

- a_n la probabilité que l'énigme numéro n soit facile (de catégorie A) ;
- b_n la probabilité que l'énigme numéro n soit difficile (de catégorie B) ;
- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste pour l'énigme numéro n.

1. Donner la matrice P_1.

2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

3. Écrire la matrice M associée à ce graphe, puis donner la matrice ligne P_2.

4. Sachant que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a : $a_n + b_n = 1$, montrer que, pour tout entier $n \geqslant l$, on a :

$$a_{n+1} = 0,75a_n + 0,1.$$

5. Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on pose $v_n = a_n - 0,4$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. Exprimer v_n en fonction de n, puis montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$:

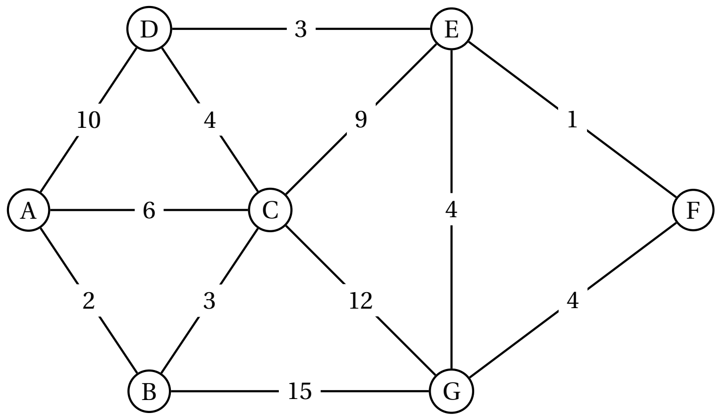
$$a_n = 0,8 \times 0,75^n + 0,4.$$

c. Préciser la limite de la suite (v_n).

d. Une revue spécialisée dans les jeux vidéo indique que plus le joueur évolue dans le jeu, plus il risque d'avoir à résoudre des énigmes difficiles. Que penser de cette analyse ?

Partie B

Une des énigmes consiste à réaliser un parcours en un minimum de temps. Le graphe suivant schématise le parcours. L'étiquette de chaque arête indique le temps de parcours en minute entre les deux sommets qu'elle relie. Par exemple, le temps de parcours de C vers D, ou de D à C, est égal à quatre minutes.



Quel chemin le joueur doit-il prendre pour aller de A à G en minimisant son temps de parcours ? Expliquer la démarche utilisée.

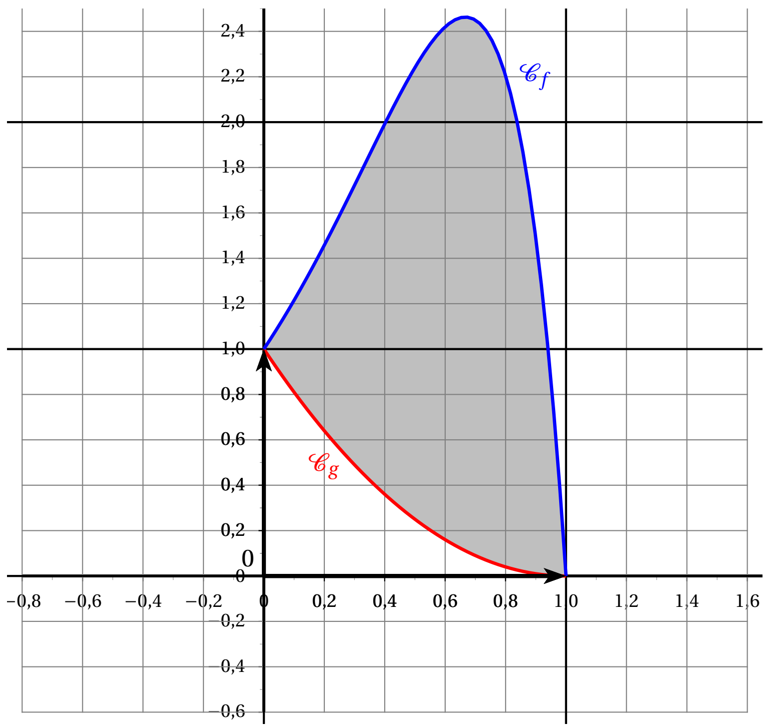
Exercice 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise souhaite utiliser un motif décoratif pour sa communication.
Pour réaliser ce motif, on modélise sa forme à l'aide de deux fonctions f et g définies par :
pour tout réel x de $[0 ; 1]$,

$$f(x) = (1-x)\mathrm{e}^{3x} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 2x + 1.$$

Leurs courbes représentatives seront notées $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



Partie A

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

dériver $(1-x)*\exp(3x)$	
	$: -3x*\exp(3*x)+2*\exp(3*x)$
factoriser $-3x*\exp(3*x)+2*\exp(3*x)$	
	$: \exp(3x)*(-3x+2)$
factoriser(dériver($\exp(3x)(-3x+2)$))	
	$: 3*\exp(3*x)(1-3x)$

Lecture : la dérivée de la fonction f est donnée par $f'(x) = -3x\text{e}^{3x} + 2\text{e}^{3x}$, ce qui, après factorisation, donne $f'(x) = (-3x+2)\text{e}^{3x}$.

1. Étudier sur $[0~;~1]$ le signe de la fonction dérivée f', puis donner le tableau de variation de f sur $[0~;~1]$ en précisant les valeurs utiles.
2. La courbe $\mathscr{C}_f$ possède un point d'inflexion. Déterminer ses coordonnées.

Partie B

On se propose de calculer l'aire de la partie grisée sur le graphique.

1. Vérifier que les points A et B de coordonnées respectives $(1\,;\,0)$ et $(0\,;\,1)$ sont des points communs aux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. On admet que : pour tout x dans $[0\,;\,1]$, $f(x) - g(x) = (1-x)\left(\text{e}^{3x} - 1 + x\right)$.
   a. Justifier que pour tout x dans $[0\,;\,1]$, $\text{e}^{3x} - 1 \geqslant 0$.
   b. En déduire que pour tout x dans $[0\,;\,1]$, $\text{e}^{3x} - 1 + x \geqslant 0$.
   c. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ pour tout x dans $[0\,;\,1]$.
3. **a.** Calculer $\int_0^1 g(x)\ \text{d}x$.
   b. On admet que :
   $$\int_0^1 f(x)\ \text{d}x = \frac{\text{e}^3 - 4}{9}.$$
   Calculer l'aire S, en unité d'aire, de la partie grisée. Arrondir le résultat au dixième.

Exercice 4 **3 points**

Dans cet exercice, on considère le premier chiffre des entiers naturels non nuls, en écriture décimale. Par exemple, le premier chiffre de 2 017 est 2 et le premier chiffre de 95 est 9.
Dans certaines circonstances, le premier chiffre d'un nombre aléatoire non nul peut être modélisé par une variable aléatoire X telle que pour tout entier c compris entre 1 et 9,

$$P(X = c) = \frac{\ln(c+1) - \ln(c)}{\ln(10)}.$$

Cette loi est appelée loi de Benford.

1. Que vaut $P(X = 1)$?
2. On souhaite examiner si la loi de Benford est un modèle valide dans deux cas particuliers.
   a. Premier cas
   Un fichier statistique de l'INSEE indique la population des communes en France au 1er janvier 2016 (champ : France métropolitaine et départements d'outre-mer de la Guadeloupe, de la Guyane, de la Martinique et de la Réunion).
   À partir de ce fichier, on constate qu'il y a 36 677 communes habitées. Parmi elles, il y a 11 094 communes dont la population est un nombre qui commence par le chiffre 1.
   Cette observation vous semble-t-elle compatible avec l'affirmation : « le premier chiffre de la population des communes en France au 1 er janvier 2016 suit la loi de Benford » ?
   b. Deuxième cas
   Pour chaque candidat au baccalauréat de la session 2017, on considère sa taille en centimètres.
   On désigne par X la variable aléatoire égale au premier chiffre de la taille en centimètres d'un candidat pris au hasard.
   La loi de Benford vous semble-t-elle une loi adaptée pour X ?