∽ Baccalauréat ES – Asie 22 juin 2017 ∾

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + \ln(x).$$

On note C la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$.
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Affirmation 1
On note F la primitive sur $]0~;~+\infty[$ de la fonction f qui vérifie $F(1) = 0$.
Pour tout réel x strictement positif, $F(x) = x\ln(x)$.

Affirmation 2
La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

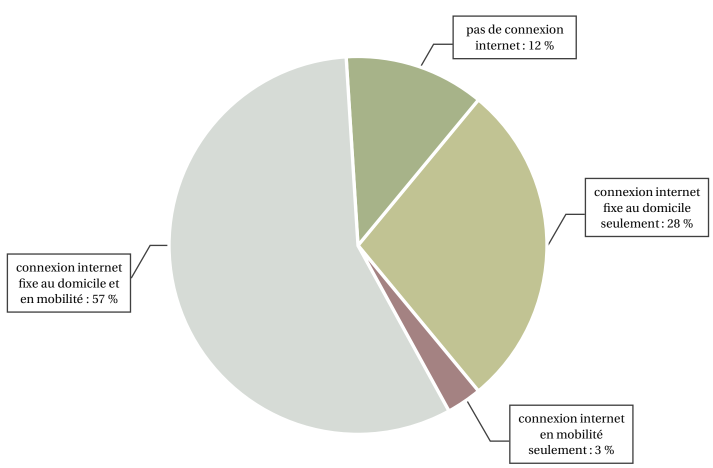
Affirmation 3
L'équation $f(x) = 2$ possède exactement une solution dans l'intervalle $[1~;~10]$.

Affirmation 4
Il existe au moins un point de la courbe C pour lequel la tangente en ce point est située entièrement sous la courbe C.

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le graphique suivant indique le type de connexion à internet dont disposent les Français âgés de plus de 12 ans en juin 2016.



Source : CREDOC, Enquêtes sur les « Conditions de vie et les aspirations », juin 2016.

On choisit au hasard une personne âgée de plus de 12 ans dans la population française.
On note D l'évènement « la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile ».
On note M l'évènement« la personne dispose d'une connexion internet en mobilité ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Partie A

1. Donner sans justification $p(D \cap M)$, puis justifier que $p(D) = 0,85$.
2. Calculer la probabilité que la personne dispose d'une connexion internet fixe au domicile sachant qu'elle dispose d'une connexion internet en mobilité.
3. Calculer la probabilité de l'évènement « la personne dispose d'une connexion internet ».
4. Calculer $p_{\overline{M}}\left(\overline{D}\right)$.

Partie B

On interroge un échantillon aléatoire de 100 personnes dans la population française.
Soit X la variable aléatoire qui, à cet échantillon, associe le nombre de personnes ayant une connexion internet fixe au domicile.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2. Déterminer $P(X \leqslant 75)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

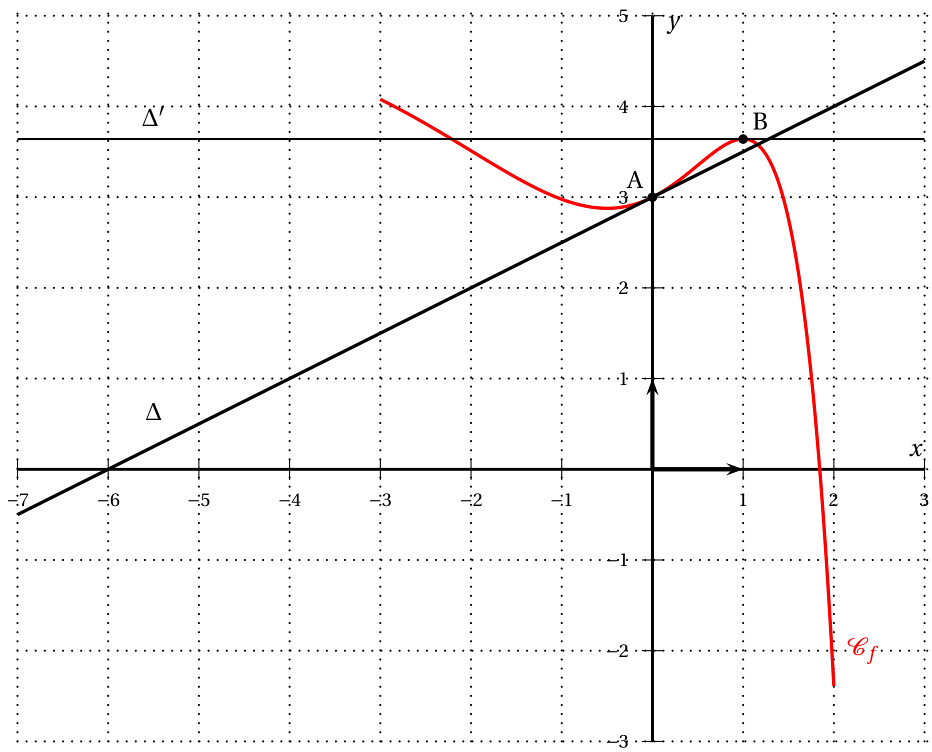
1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de Français ayant une connexion internet fixe au domicile pour un échantillon de taille 100.
2. Une enquête sur les usages du numérique, menée en juin 2016 auprès des habitants d'un petit village de montagne, amène au constat suivant : parmi les 100 habitants de plus de 12 ans de ce village, 76 d'entre eux disposent d'une connexion internet fixe au domicile.
   Que peut-on penser de l'équipement en connexion internet fixe au domicile dans ce village ?

EXERCICE 3 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\,;\,2]$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Le point A de coordonnées $(0\,;\,3)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
B est le point d'abscisse 1 appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$.



On dispose des informations suivantes :

- la fonction f est strictement décroissante sur les intervalles $[-3~;~-0,5]$ et $[1~;~2]$ et elle est strictement croissante sur $[-0,5~;~1]$;
- la droite Δ d'équation $y = 0,5x+3$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A ;
- la tangente Δ' à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

Chaque réponse devra être justifiée.

1. Donner la valeur de $f'(1)$.
2. Quel est le signe de $f'(-2)$?
3. Donner la valeur de $f'(0)$.
4. Le point A est-il un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$?
5. Déterminer un encadrement par deux entiers consécutifs de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

On admet qu'il existe trois réels a, b et c pour lesquels la fonction f représentée dans la partie A est définie, pour tout réel x de $[-3~;~2]$, par :

$$f(x) = \left(ax^2+bx+c\right)\mathrm{e}^x + 5.$$

1. En utilisant l'un des points du graphique, justifier que $c = -2$.
2. On admet que la fonction dérivée f' est donnée, pour tout réel x de $[-3~;~2]$, par :

$$f'(x) = \left(ax^2+(2a+b)x-2+b\right)\mathrm{e}^x.$$

En utilisant les résultats de la partie A, justifier que $b = 2,5$ puis que $a = -1$.

Partie C

On admet que la fonction f est définie pour tout réel x de $[-3~;~2]$ par

$$f(x) = \left(-x^2 + 2,5x - 2\right)\text{e}^x + 5.$$

1. Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $[-3~;~2]$

$$f'(x) = \left(-x^2 + 0,5x + 0,5\right)\text{e}^x.$$

2. Étudier le signe de f' puis dresser le tableau de variation de f sur $[-3~;~2]$.

3. a. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[1~;~2]$.

b. Donner la valeur de α arrondie au centième.

EXERCICE 4 — 5 points

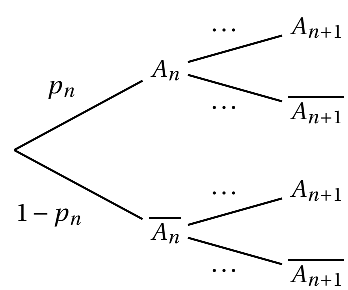
Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Pour l'année scolaire, un professeur de mathématiques propose aux élèves de sa classe le choix entre deux types d'accompagnement : « Approfondissement » ou « Ouverture culturelle ».
Chaque semaine, un élève doit s'inscrire dans un et un seul des deux accompagnements proposés.
La première semaine, 20 % des élèves de la classe ont choisi « Approfondissement » et tous les autres ont choisi « Ouverture culturelle ». On admet que

- 20 % des élèves ayant choisi « Ouverture culturelle » une certaine semaine s'inscrivent en « Approfondissement » la semaine suivante ;
- 30 % des élèves ayant choisi « Approfondissement » une certaine semaine s'inscrivent en « Ouverture culturelle » la semaine suivante.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des élèves de cette classe entre les deux types d'accompagnement au fil des semaines. Chaque semaine, on interroge au hasard un élève de la classe.
Pour tout entier naturel n non nul, on note A_n l'évènement « l'élève a choisi « Approfondissement » la n-ième semaine » et p_n la probabilité de l'évènement A_n. On a alors $p_1 = 0,2$.

1. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



2. Montrer que, pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,2$.

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = p_n - 0,4.$$

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et préciser la valeur de son premier terme u_1.

b. En déduire pour tout entier naturel n l'expression de u_n en fonction de n, puis l'expression de p_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. On considère l'algorithme suivant :

Variables	I et N sont des entiers naturels strictement supérieurs à 1 P est un nombre réel
Entrée	Saisir N
Initialisation	P prend la valeur $0,2$
Traitement	Pour I allant de 2 à N : P prend la valeur $0,5P+0,2$ Fin Pour
Sortie	Afficher P

a. Écrire ce qu'affiche cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $N=5$.

b. Modifier l'algorithme afin qu'il affiche le numéro de la première semaine pour laquelle le pourcentage des élèves de la classe ayant choisi « Approfondissement » dépasse $39,9$.

EXERCICE 4 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour l'année scolaire, un professeur propose aux élèves de sa classe le choix entre deux types d'accompagnement : « Approfondissement » ou « Ouverture culturelle ».
Chaque semaine, un élève doit s'inscrire dans un et un seul des deux accompagnements proposés.
La première semaine, 20 % des élèves de la classe ont choisi « Approfondissement » et tous les autres ont choisi « Ouverture culturelle ». On admet que, chaque semaine,

- 20 % des élèves ayant choisi « Ouverture culturelle » une certaine semaine s'inscrivent en « Approfondissement » la semaine suivante ;
- 30 % des élèves ayant choisi « Approfondissement » une certaine semaine s'inscrivent en « Ouverture culturelle » la semaine suivante.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des élèves de cette classe entre les deux types d'accompagnement au fil des semaines.
On interroge au hasard un élève de la classe et on suit son choix d'option au fil des semaines.

1. On note A l'état « L'élève a choisi Approfondissement » et B l'état « L'élève a choisi Ouverture culturelle ».

a. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

b. Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique.

2. On note P_1 la matrice traduisant l'état probabiliste de la première semaine. Ainsi $P_1 = \begin{pmatrix}0,2 & 0,8\end{pmatrix}$.

a. Donner la matrice M^2 puis déterminer la probabilité que l'élève ait choisi « Approfondissement » lors de la troisième semaine.

b. À long terme, quelle est la probabilité qu'un élève choisisse « Approfondissement » ?

3. Pour tout entier naturel non nul n on note :

- a_n la probabilité que l'élève interrogé ait choisi « Approfondissement » lors de la n-ième semaine,
- b_n la probabilité que l'élève interrogé ait choisi « Ouverture culturelle » lors de la n-ième semaine.

Montrer que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2.$$

4. On admet que pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$a_n = 0,4 - 0,4 \times 0,5^n.$$

Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation suivante :

$$0,4 - 0,4 \times 0,5^n > 0,399.$$

5. **a.** Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il affiche le plus petit entier naturel n non nul tel que $a_n > 0,399$.

Variables	N est un entier naturel A est un nombre réel
Initialisation	Affecter à N la valeur 1 Affecter à A la valeur 0,2

Traitement	......
	    Affecter à A la valeur $0,5 \times A + 0,2$
	    ......
	......

Sortie	Afficher N

b. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme en sortie ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES candidats ayant repassé l'épreuve
28 juin 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 3$ et d'écart type $\sigma = 1$ alors $P(X \leqslant 2,5)$ a pour valeur approchée arrondie au centième :

a. 0,16 **b.** 0,26 **c.** 0,31 **d.** 0,54

2. Soit Y une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 0 et d'écart-type σ. Si $P(-5 \leqslant Y \leqslant 5) \approx 0,95$ alors, parmi les réponses suivantes, la meilleure valeur approchée de σ est :

a. 5 **b.** 2,5 **c.** 1,3 **d.** 0,95

3. Un institut de sondage réalise une enquête afin de mesurer le degré de satisfaction du service après-vente d'une société. Une première étude portant sur un échantillon aléatoire de 500 clients révèle que l'on dénombre 438 clients satisfaits. Un intervalle de confiance au niveau de confiance $0,95$ permettant d'estimer la proportion de clients satisfaits est :

a. $[0,079~;~0,169]$ **b.** $[0,455~;~0,545]$ **c.** $[0,831~;~0,921]$ **d.** $[0,874~;~0,878]$

4. Cet institut souhaite réduire l'amplitude de l'intervalle de confiance. Combien de personnes au minimum faut-il interroger pour que cet intervalle de confiance ait une amplitude d'au plus 0,05?

a. 1 500 **b.** 40 **c.** 2 000 **d.** 400

Remarque : l'amplitude d'un intervalle $[e~;~f]$ est le nombre $f - e$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

En 2016, un institut de sondage mène une enquête régionale sur la manière dont les particuliers paient leur assurance. Les assurés se répartissent en deux catégories distinctes :

- la catégorie A, composée des assurés qui paient en agence;
- la catégorie B, composée des assurés qui paient en ligne.

En 2016, 92 % des assurés paient en agence.
On admet que, d'une année à l'autre, 4 % des assurés de la catégorie A passent à la catégorie B et que 1 % des assurés de la catégorie B passent à la catégorie A.
On suppose que le nombre d'assurés est constant et que chaque année un assuré fait partie d'une seule catégorie.
Pour tout entier naturel n, on considère l'année $(2016 + n)$ et on note :

- a_n la probabilité qu'un assuré, pris au hasard, soit de catégorie A cette année-là,
- b_n la probabilité qu'un assuré, pris au hasard, soit de catégorie B cette année-là,
- P_n la matrice ligne $\begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$. Ainsi $P_0 = \begin{pmatrix} 0,92 & 0,08 \end{pmatrix}$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste.
On notera A l'état « l'assuré est de catégorie A » et B l'état « l'assuré est de catégorie B ».

2. On admet que la matrice de transition M associée à cette situation est $M = \begin{pmatrix} 0,96 & 0,04 \\ 0,01 & 0,99 \end{pmatrix}$.

a. Exprimer P_1 en fonction de M et de P_0.

b. En déduire la probabilité qu'un assuré soit de catégorie A en 2017. Arrondir le résultat au centième.

3. Soit $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état stable du graphe.

a. Justifier que $\left\{ \begin{array}{rcl} -0,04a + 0,01b & = & 0 \\ a + \quad b & = & 1 \end{array} \right.$.

b. Résoudre le système précédent. Quelle conclusion peut-on tirer quant à la répartition à long terme des assurés ?

4. a. Montrer que, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,95a_n + 0,01$.
On admet que, pour tout entier naturel n, $a_n = 0,2 + 0,72 \times 0,95^n$ et que la suite (a_n) est décroissante.

b. On souhaite déterminer au bout de combien d'années moins d'un assuré sur deux sera de catégorie A. Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

Variables :	A est un nombre réel N est un entier naturel
Initialisation	Affecter à A la valeur 0,92 Affecter à N la valeur 0
Traitement	Tant que .... Affecter à N la valeur .... Affecter à A la valeur .... Fin Tant que
Sortie	Afficher ...

c. La proportion d'assurés de catégorie A va-t-elle devenir inférieure à 0,5 ? Si oui, à partir de quelle année ? Expliquer la démarche choisie.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).
On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.
L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.
Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas ;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'évènement : « l'angine du malade est bactérienne » ;
- T l'évènement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. **a.** Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif ?

b. Montrer que la probabilité que le test soit positif est $0,22$.

c. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?

3. On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.

On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

b. Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

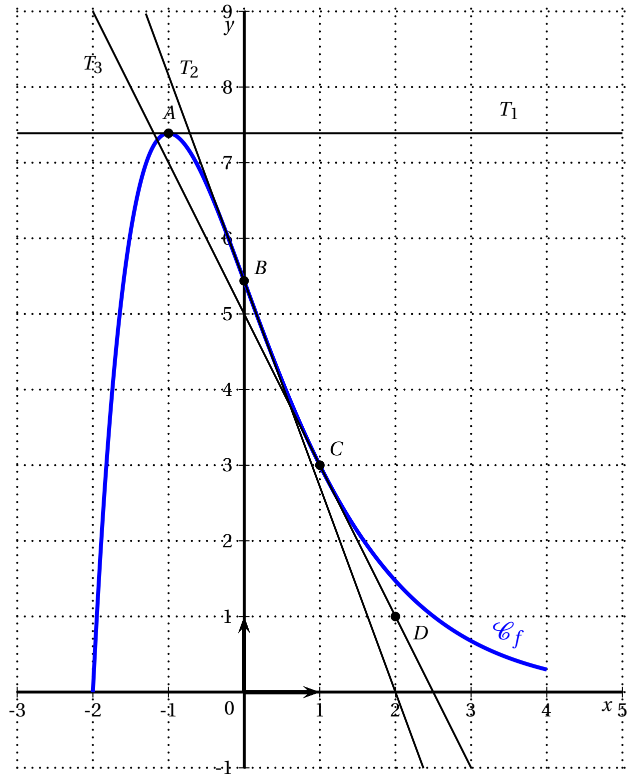
Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

PARTIE A

Dans le repère ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ ainsi que plusieurs tangentes à $\mathscr{C}_f$:

- T_1 est la tangente au point A de coordonnées $\left(-1 ; \mathrm{e}^2\right)$,
- T_2 est la tangente au point B de coordonnées $(0 ; 2\mathrm{e})$,
- T_3 est la tangente au point C de coordonnées $(1 ; 3)$.

On sait que la tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses et que la tangente T_3 passe par le point D de coordonnées $(2 ; 1)$.



1. Déterminer $f'(-1)$ et $f'(1)$.
2. On admet que B est un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$. Quelle interprétation graphique peut-on faire ?
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point C.

PARTIE B

On admet que la fonction f de la partie A est définie, pour tout réel x de l'intervalle $[-2~;~4]$, par :

$$f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-x+1}$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[-2~;~4]$, on a $f'(x) = -(x+1)\mathrm{e}^{-x+1}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2~;~4]$ puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

PARTIE C

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	factoriser(dériver $\left[-(x+1)*\exp(-x+1)\right]$
	$x*\exp(-x+1)$
2	intégrer $\left((x+2)*\exp(-x+1)\right)$
	$-(x+3)*\exp(-x+1)$

En utilisant ces résultats, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer un intervalle sur lequel la fonction f est convexe. Justifier.

2. **a.** Montrer que $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -4 + \mathrm{e}^3$.

b. En déduire la valeur moyenne arrondie au millième de la fonction f sur l'intervalle $[-2~;~1]$.

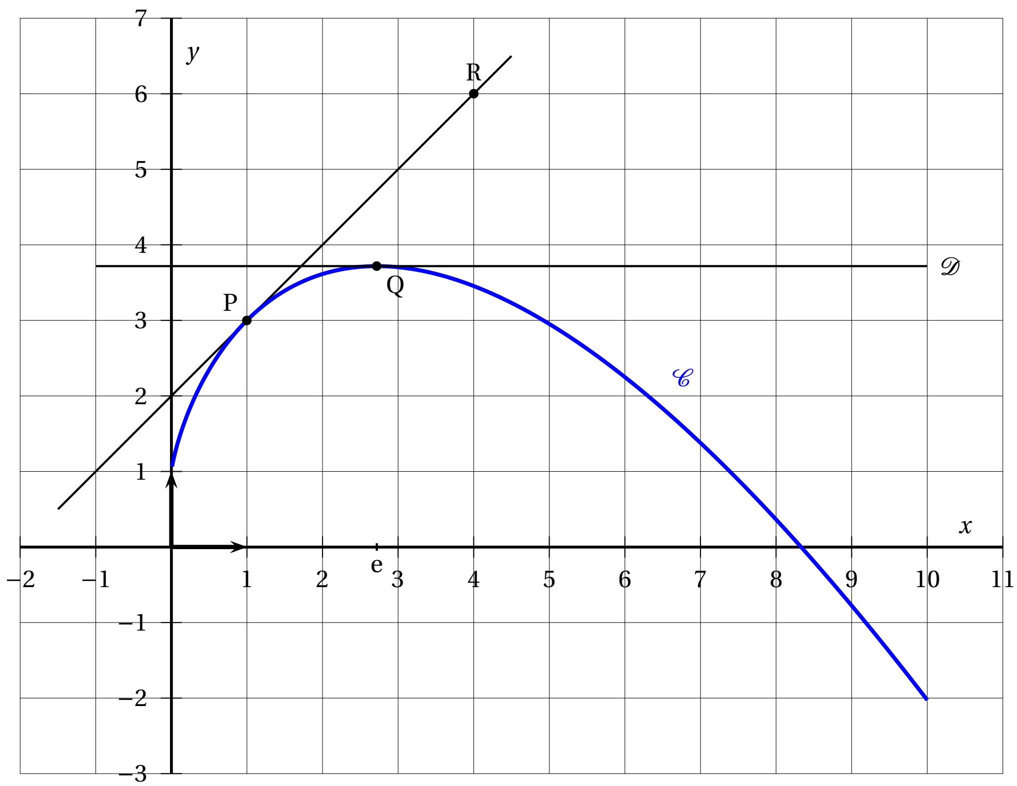
Durée : 3 heures

Baccalauréat Terminale ES Polynésie 4 septembre 2017

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}$ tracée ci-dessous dans un repère orthonormé d'origine O est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.



On considère les points P(1 ; 3) et R(4 ; 6). Le point Q a pour abscisse e, avec $e \approx 2,718$.
Les points P et Q appartiennent à la courbe $\mathscr{C}$. La droite $\mathscr{D}$ est parallèle à l'axe des abscisses et passe par le point Q.
La droite (PR) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point P et la droite $\mathscr{D}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point Q.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront donnés à l'aide d'une lecture graphique et sans justification.

1. Parmi les trois propositions ci-dessous, quelle est celle qui désigne l'équation de la droite (PR) ?

   a. $y = 2x + 1$ **b.** $y = x + 2$ **c.** $y = 2x + 2$

2. Donner les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.
3. Une seule de ces trois propositions est exacte :
   a. f est convexe sur l'intervalle $]0\,;\,10]$;
   b. f est concave sur l'intervalle $]0\,;\,10]$;
   c. f n'est ni convexe ni concave sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.

   Laquelle ?
4. Encadrer l'intégrale $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ par deux entiers consécutifs.

Partie B

La courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = -x\ln x + 2x + 1.$$

1. a. Calculer $f'(x)$.
   b. Démontrer que la fonction f admet un maximum sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.
   c. Calculer la valeur exacte du maximum de la fonction f sur ce même intervalle.
2. Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ est entièrement située en dessous de chacune de ses tangentes sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.
3. On admet que la fonction F définie par $F(x) = -\dfrac{x^2}{2}\ln x + \dfrac{5}{4}x^2 + x - 7$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.

   Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par :

$$f(x) = 4\mathrm{e}^{-0,5x+1} + x - 1$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ et on note f' sa fonction dérivée.
On donne en annexe, à remettre avec la copie, la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ dans un repère d'origine O.

Partie A

1. Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1\,;\,10]$ on a : $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-0,5x+1} + 1$.
2. a. Montrer que sur l'intervalle $[1\,;\,10]$, l'équation $f'(x) = 0$ admet pour unique solution le nombre $\alpha = 2 + 2\ln 2$.
   b. Placer sur le graphique fourni en annexe le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse α.
3. On admet que l'ensemble des solutions sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ est $[2 + 2\ln 2\,;\,10]$.

   En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,10]$.

Partie B

L'entreprise « COQUE EN STOCK » fabrique et commercialise des coques pour téléphone portable.
Son usine est en mesure de produire entre 100 et 1 000 coques par jour.
La fonction f permet de modéliser le coût de production d'une coque en fonction du nombre de centaines de coques produites par jour. Ainsi, si x désigne le nombre de centaines de coques produites alors $f(x)$ représente le coût, en euros, de production d'une coque.

1. Calculer, au centime près, le coût de production d'une coque dans le cas de la fabrication de 500 coques par jour.
2. **a.** Montrer que produire 339 coques par jour permet de minimiser le coût unitaire de production.

   b. En déduire le coût minimal de production d'une coque, en euros, au centime près.

Partie C

Le prix de vente d'une coque peut être modélisé par la fonction g définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par :

$$g(x) = -\frac{1}{4}x + 6$$

où x désigne le nombre de centaines de coques produites et $g(x)$ le prix de vente d'une coque en euros.
Estimer les quantités de coques à produire par jour afin d'assurer un bénéfice à l'entreprise.

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la suite géométrique (u_n), de raison 0,9 et de premier terme $u_0 = 50$.

1. **a.** Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il calcule et affiche le 25e terme de cette suite, c'est-à-dire u_{24} :

Variables :	N est un entier naturel
	U est un nombre réel
Initialisation :	U prend la valeur ...
Traitement :	Pour N allant de 1 à 24
	U prend la valeur ...
	Fin Pour
Sortie :	Afficher U

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

   c. Calculer u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.
2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0,01$.
3. On souhaite calculer la somme $S_{24} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{24}$.
   Voici trois propositions d'algorithmes :

Variables :	**Variables** :	**Variables** :
N est un entier naturel	N est un entier naturel	N est un entier naturel
S est un nombre réel	S est un nombre réel	S est un nombre réel
Initialisation :	**Initialisation** :	**Initialisation** :
S prend la valeur 0	S prend la valeur 0	S prend la valeur 50
Traitement :	**Traitement** :	**Traitement** :
Pour N allant de 0 à 24	Pour N allant de 0 à 24	Pour N allant de 0 à 24
S prend la valeur	S prend la valeur	S prend la valeur
$S+50\times 0,9^N$	$50\times 0,9^N$	$S+50\times 0,9^N$
Fin Pour	Fin Pour	Fin Pour
Sortie :	**Sortie** :	**Sortie** :
Afficher S	Afficher S	Afficher S
Algorithme 1	**Algorithme 2**	**Algorithme 3**

a. Un seul de ces algorithmes permet de calculer la somme u_{24} et de l'afficher.
Préciser lequel en justifiant la réponse.

b. Calculer la somme S_{24}.
On donnera une valeur approchée du résultat à l'unité près.

4. Pour tout entier naturel n, on note $S_n = u_0 + \cdots + u_n$.
On admet que la suite (S_n) est croissante et que pour tout entier naturel n,
$S_n = 500 - 450\times 0,9^n$.

a. Déterminer la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

b. Alex affirme que S_n peut dépasser 500 pour une valeur de l'entier n suffisamment grande.
Que pensez-vous de son affirmation ? Justifier la réponse.

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Une entreprise spécialisée dans la personnalisation des étuis de smartphones fait ses achats chez deux fournisseurs :

- un fournisseur A qui lui garantit 99 % d'étuis non défectueux ;
- un fournisseur B qui lui garantit 94 % d'étuis non défectueux.

On sait également que 80 % des étuis achetés par l'entreprise proviennent du fournisseur A (le reste provenant du fournisseur B).
On choisit au hasard un étui de smartphone et on considère les évènements suivants :

- A : « l'étui provient du fournisseur A » ;
- B : « l'étui provient du fournisseur B » ;
- D : « l'étui est défectueux ».

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.

2. Calculer la probabilité qu'un étui soit défectueux.

3. On choisit un étui au hasard et on constate qu'il est défectueux.
Montrer que la probabilité qu'il provienne du fournisseur B est égale à 0,6.

Partie B

On rappelle que le fournisseur B garantit 94 % d'étuis non défectueux.
Un employé de l'entreprise prélève un échantillon de 400 étuis qui proviennent du fournisseur B.
Il constate que 350 de ces étuis ne sont pas défectueux.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des étuis défectueux dans un échantillon aléatoire de 400 étuis provenant du fournisseur B.

   On donnera des valeurs approchées au millième des bornes de cet intervalle.
2. Faut-il informer le fournisseur B d'un problème ?

Partie C

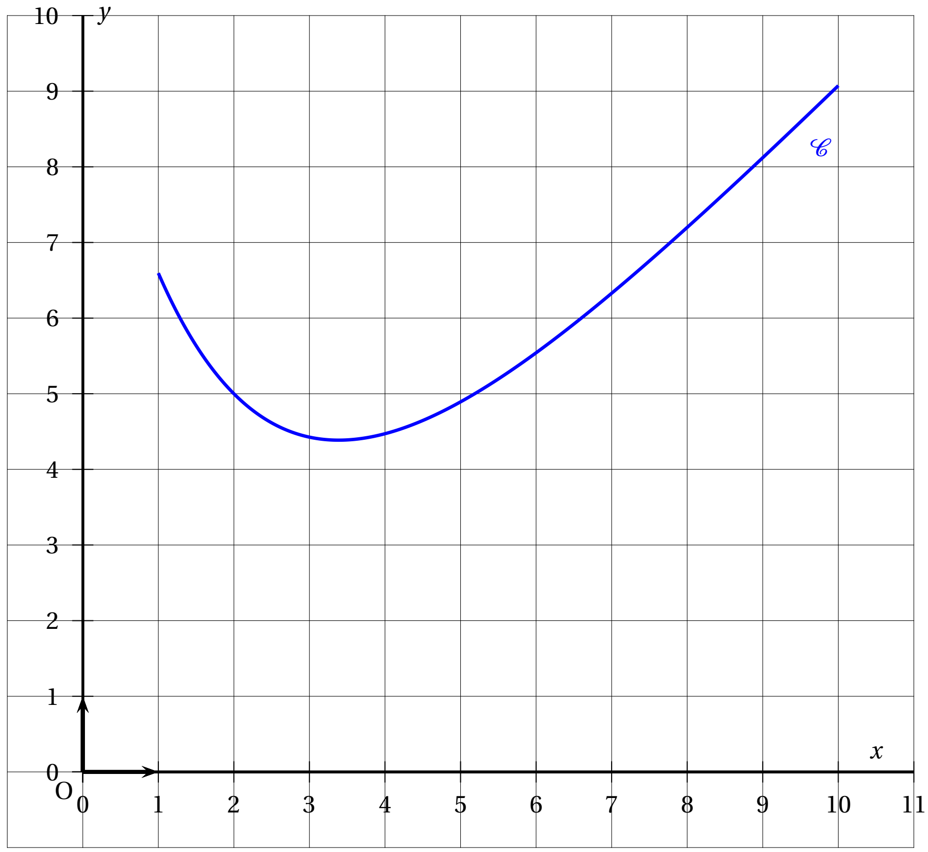
Un étui est considéré comme conforme si son épaisseur est comprise entre 19,8 mm et 20,2 mm.
Le fournisseur B souhaite qu'au moins 95 % des étuis produits soient conformes. Pour cela, il veut vérifier les réglages des machines de production.
On choisit un étui au hasard dans la production du fournisseur B.
On note X la variable aléatoire associée à l'épaisseur (en mm) de l'étui. On admet que X suit une loi normale d'espérance 20 mm.

1. En observant les réglages des machines de production, le fournisseur B constate que l'écart-type de X est égal à $0,2$.

   Justifier qu'il faut revoir les réglages des machines.
2. Déterminer une valeur de l'écart-type de X pour laquelle la probabilité qu'un étui soit conforme est environ égale à $0,95$.

ANNEXE

À remettre avec la copie



Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat Terminale ES Antilles-Guyane 7 septembre 2017 ∾

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre affirmations proposées est exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier l'affirmation choisie.

1. Des élections doivent se dérouler dans un certain pays. Deux candidats se présentent, le candidat A et le candidat B.

   Avant les élections, un organisme de sondage veut estimer la proportion d'électeurs qui voteront pour le candidat A. Pour cela il réalise un sondage auprès d'un échantillon de 1 050 électeurs. Parmi eux, 504 annoncent vouloir voter pour le candidat A et tous les autres pour le candidat B.

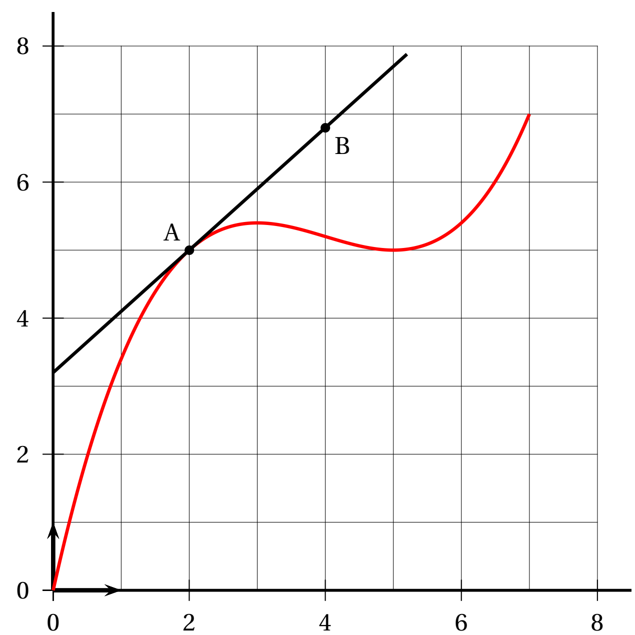
   Affirmation 1 : c'est certain, le candidat A va perdre l'élection.

   Affirmation 2 : le candidat A aura 48 % des voix le jour de l'élection.

   Affirmation 3 : la probabilité que le candidat A obtienne entre 44,91 % et 51,09 % des votes est d'environ 0,48.

   Affirmation 4 : la probabilité que le candidat A obtienne entre 44,91 % et 51,09 % des votes est d'environ 0,95.

2. Sur le graphique ci-dessous est représentée la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0; 7]$. Les points A et B ont pour coordonnées A$(2; 5)$ et B$(4; 6,8)$. La droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.



a. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A admet pour équation :

Affirmation 1 : $y = -0,9x + 3,2$

Affirmation 2 : $y = 0,9x + 3,5$

Affirmation 3 : $y = 0,9x + 3,2$

Affirmation 4 : $y = 1,8x + 3,2$

b. **Affirmation 1 :** $f(0) \leqslant \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant f(5)$

Affirmation 2 : $2 \leqslant \displaystyle\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 7$

Affirmation 3 : $18 \leqslant \displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 19$

Affirmation 4 : $25 \leqslant \displaystyle\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 31$

3. On écrit les deux algorithmes suivants :

```
Variables :
V est un nombre réel
S est un nombre réel
N est un entier naturel
Traitement :
Affecter la valeur 10 à V
Affecter la valeur 10 à S
Affecter la valeur 0 à N
Tant que S ⩽ 50
   V prend la valeur 1,05 × V
   S prend la valeur S + V
   N prend la valeur N + 1
Fin Tant que
Sortie :
Afficher N
```

algorithme 1

```
Variables :
V est un nombre réel
S est un nombre réel
K est un nombre réel
Traitement :
Affecter la valeur 10 à V
Affecter la valeur 10 à S
Pour K allant de 1 à 4
   V prend la valeur 1,05 × V
   S prend la valeur S + V
Fin Pour
Sortie :
Afficher S
```

algorithme 2

a. **Affirmation 1 :** l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur comprise entre 43 et 44.

Affirmation 2 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur comprise entre 55 et 56.

Affirmation 3 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur égale à 3.

Affirmation 4 : l'algorithme 1 affiche en sortie une valeur égale à 4.

b. **Affirmation 1 :** l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur comprise entre 43 et 44.

Affirmation 2 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur comprise entre 55 et 56.

Affirmation 3 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur égale à 3.

Affirmation 4 : l'algorithme 2 affiche en sortie une valeur égale à 4.

EXERCICE 2 — 5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré.

Le responsable du service de location de vélos constate que, chaque année, 20 % des vélos sont devenus inutilisables car perdus, volés ou détériorés. Le budget alloué au service lui permet de racheter 30 vélos par an.

Le 1er janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables.

On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre de vélos le 1er janvier de l'année $2017+n$.
Ainsi $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 30$.

1. **a.** Justifier le coefficient 0,8 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

   b. Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1er janvier 2018 ?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 150$ pour tout entier naturel n.

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

   b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 50 \times 0,8^n + 150$.

   d. La municipalité a décidé de maintenir ce service de location tant que le nombre de vélos reste supérieur à 160.
   En quelle année le service de location s'arrêtera-t-il ?

3. Pour l'aider à maintenir le service de location, la municipalité a obtenu une subvention de la région qui sera versée de 2017 inclus à 2025 inclus. Par commodité, on suppose qu'elle est versée pour chaque année le 1er janvier, de 2017 inclus à 2025 inclus.
   Cette subvention s'élève à 20 euros par vélo disponible à la location.

   a. Justifier que la somme des subventions reçues pour les deux premières années s'élève à 7 800 euros.

   b. Déterminer la somme totale perçue grâce à cette subvention du 1er janvier 2017 au 1er janvier 2025.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos réservé à ses habitants.
Pour cette étude, on suppose que la population de la ville reste constante.
Le 1er janvier 2017, la ville compte 5 % d'abonnés parmi ses habitants. Ces dernières années, le responsable du service location a constaté que :

- 93 % des abonnements sont renouvelés ;
- 1 % des habitants qui n'étaient pas abonnés l'année précédente souscrivent un abonnement.

On note A l'état : « un habitant est abonné » et P l'état : « un habitant n'est pas abonné ».
Pour tout entier naturel n, on désigne par a_n la probabilité qu'un habitant soit abonné l'année $2017+n$ et p_n la probabilité qu'un habitant ne soit pas abonné l'année $2017+n$.
La matrice ligne $R_n = \begin{pmatrix} a_n & p_n \end{pmatrix}$ donne l'état probabiliste du nombre d'abonnés l'année $2017+n$.
Ainsi $R_0 = \begin{pmatrix} a_0 & p_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,95 \end{pmatrix}$.

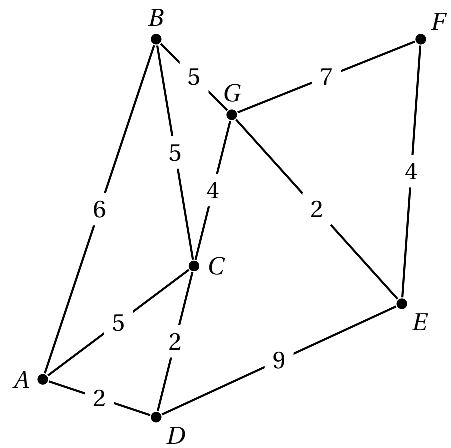
1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste de sommets A et P où le sommet A représente l'état « un habitant est abonné » et P l'état « un habitant n'est pas abonné ».
2. Déterminer la matrice de transition T de ce graphe en respectant l'ordre A puis P des sommets.
3. Déterminer R_1.
4. Déterminer l'état probabiliste en 2021.
   Les résultats seront arrondis au millième.
5. On admet qu'il existe un état stable $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$.

a. Justifier que x et y sont solutions du système : $\left\{\begin{array}{rcl} -7x+y & = & 0 \\ x+y & = & 1 \end{array}\right.$.

b. Déterminer l'état stable de ce graphe.

Partie B

Le responsable du service de location souhaite vérifier l'état des pistes cyclables reliant les parkings à vélos de location disposés dans la ville. On modélise la disposition des lieux par le graphe étiqueté ci-contre dont les sommets représentent les parkings à vélo. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, pour se rendre d'un parking à l'autre en suivant la piste cyclable.



1. Le responsable peut-il planifier un parcours partant de son bureau situé en A jusqu'à la mairie située en F en passant par toutes les pistes cyclables sans emprunter deux fois le même chemin ?
2. Le responsable est pressé. Déterminer le parcours le plus rapide possible permettant d'aller de A à F.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Chaque année, les organisateurs d'une course de montagne proposent trois parcours de difficulté croissante : vert, bleu et rouge.
Les organisateurs ont constaté que 50 % des coureurs choisissent le parcours vert, 30 % choisissent le parcours bleu, le reste des coureurs choisit le parcours rouge.
Ils ont également constaté, en observant les années précédentes, que :

- 3,2 % de l'ensemble des coureurs abandonnent la course ;
- 2 % des coureurs du parcours vert abandonnent la course ;
- 5 % des coureurs du parcours rouge abandonnent la course.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

Partie A

À la fin de la course, on choisit au hasard un des participants de telle façon que tous ont la même probabilité d'être choisis. On note :

- V l'évènement « Le coureur a choisi le parcours vert » ;
- B l'évènement « Le coureur a choisi le parcours bleu » ;
- R l'évènement « Le coureur a choisi le parcours rouge » ;
- A l'évènement « Le coureur a abandonné la course ».

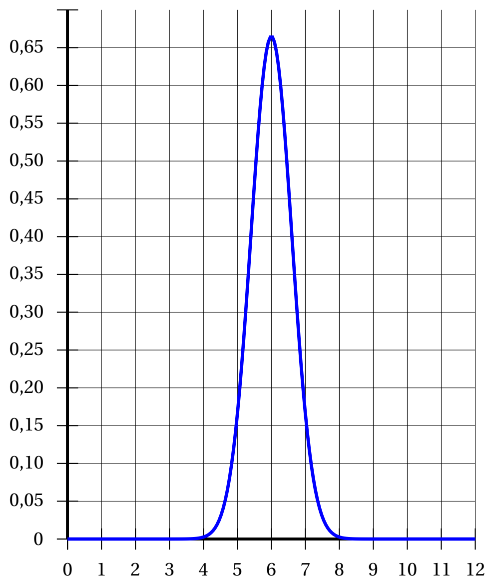
1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $V \cap A$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Un coureur se blesse et abandonne la course. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi le parcours vert ?
4. Démontrer que $P(B \cap A) = 0,012$.
5. En déduire la probabilité $P_B(A)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

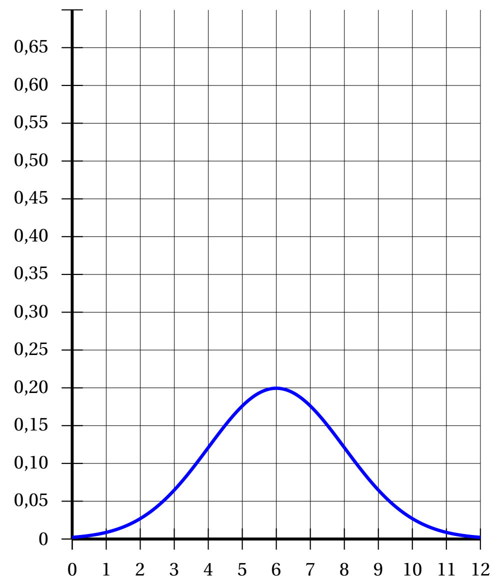
Partie B

Le temps hebdomadaire d'entraînement des coureurs du parcours rouge, exprimé en heure, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale dont l'espérance est de 6 heures et l'écart type est de 2 heures.

1. Lequel des deux graphiques suivants, graphique 1 ou graphique 2, représente la fonction de densité de la loi normale de paramètres $\mu = 6$ et $\sigma = 2$? Justifier la réponse.



graphique 1



graphique 2

2. Un magazine spécialisé interroge au hasard quelques participants du parcours rouge afin de mener une enquête sur la durée de leur entraînement. On arrondira les résultats au millième.
   a. Quelle est la probabilité d'interroger un coureur dont la durée d'entraînement est comprise entre 5 h et 7 h ?
   b. Quelle est la probabilité d'interroger un coureur dont la durée d'entraînement est inférieure à 4 h ?

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1 ; 25]$ par

$$f(x) = 10 - \frac{e^{0,2x+1}}{x}.$$

Un logiciel de calcul formel fournit les résultats suivants que l'on pourra utiliser :

$f(x) : 10 - \mathrm{e}\hat{}(0.2x+1)/x$
$x \to 10 - \dfrac{\exp(0.2x+1)}{x}$
factoriser(deriver($f(x)$))
$\dfrac{\exp(0.2x+1) * (1-0.2x)}{x^2}$
factoriser (deriver(deriver($f(x)$)))
$\dfrac{\exp(0.2x+1) * (-x^2+10x-50)}{25x^3}$

1. Retrouver par le calcul l'expression factorisée de $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
2. Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[1 ; 25]$ et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[1 ; 25]$. On arrondira les valeurs au millième.
3. On s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$.
   a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $[1 ; 5]$.
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[5 ; 25]$.
   c. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution α.
   d. En utilisant un des résultats donnés par le logiciel de calcul formel, justifier que la fonction f est concave sur l'intervalle $[1 ; 25]$.

Partie B

Une société agro-alimentaire fabrique des aliments pour bétail. On s'intéresse au bénéfice réalisé, en millier d'euros, correspondant à la production d'une quantité de x dizaines de tonnes d'aliments.
On admet que ce bénéfice peut être modélisé par la fonction f étudiée dans la partie A ci-dessus.
La production minimale est de 10 tonnes, ainsi $x \geqslant 1$.
Les réponses aux questions suivantes seront justifiées grâce à la partie A.

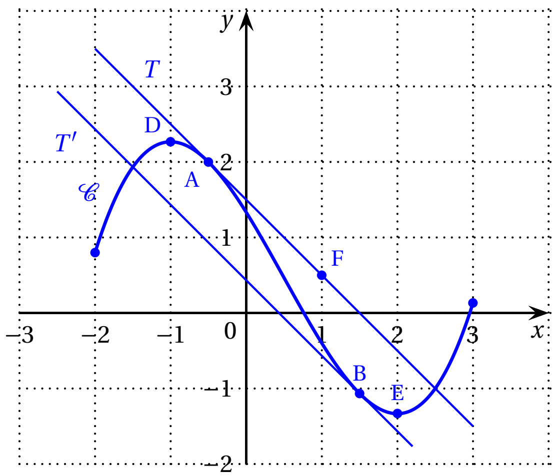
1. Quel est le montant en euro du bénéfice maximal que peut dégager la société ?
   Pour quelle quantité d'aliments ce bénéfice maximal est-il obtenu ?
2. Déterminer, à la tonne près, la quantité maximale d'aliments qu'il faut fabriquer pour que la société réalise un bénéfice.

∽ Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion – 12 septembre 2017 ∾

EXERCICE 1 — 4 points

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2~;~3]$. On note f' la fonction dérivée de cette fonction sur l'intervalle $[-2~;~3]$.



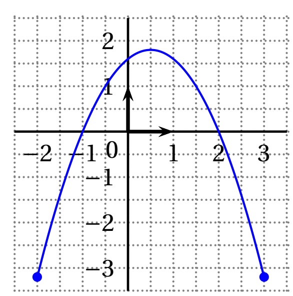
On dispose des renseignements suivants :

- T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A $(-0,5~;~2)$, elle passe par le point F $(1~;~0,5)$.
- T' est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.
- Les droites T et T' sont parallèles.
- Les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points D d'abscisse -1 et E d'abscisse 2 sont parallèles à l'axe des abscisses.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

Affirmation 1.
Les nombres $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ et $f'\left(\dfrac{3}{2}\right)$ sont tous deux égaux à -1.

Affirmation 2.
La courbe ci-contre représente la fonction f' sur $[-2~;~3]$.



Affirmation 3.
La fonction f est concave sur l'intervalle $[-2~;~3]$.

Affirmation 4.
Sur $[-2~;~0]$, toute primitive de f est croissante.

EXERCICE 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

En janvier 2015, le directeur d'un musée d'art contemporain commande une enquête concernant les habitudes des visiteurs.

Partie A

Le musée dispose d'un site internet. Pour acheter son billet, une personne intéressée peut se rendre au guichet d'entrée du musée ou commander un billet en ligne.
Trois types de visites sont proposés :

- La visite individuelle sans location d'audioguide.
- La visite individuelle avec location d'audioguide.
- La visite en groupe d'au moins 10 personnes. Dans ce cas, un seul billet est émis pour le groupe.

Le site internet permet uniquement d'acheter les billets individuels avec ou sans audioguide.
Pour la visite de groupe, il est nécessaire de se rendre au guichet d'entrée du musée.

Sur l'année 2015 l'enquête a révélé que :

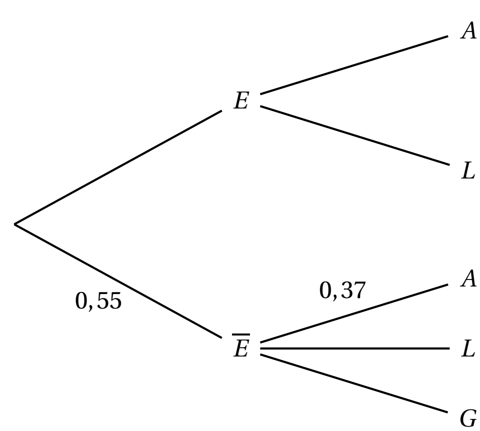
- 55 % des billets d'entrée ont été achetés au guichet du musée ;
- parmi les billets achetés au guichet du musée, 51 % des billets correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide, et 37 % à des visites avec location d'audioguide ;
- 70 % des billets achetés en ligne correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide.

On choisit au hasard un billet d'entrée au musée acheté en 2015.
On considère les évènements suivants :

- E : « le billet a été acheté en ligne » ;
- A : « le billet correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide » ;
- L : « le billet correspond à une visite individuelle sans location d'audioguide » ;
- G : « le billet correspond à une visite de groupe ».

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant qui représente la situation décrite dans l'énoncé :



2. Montrer que la probabilité que le billet ait été acheté en ligne et corresponde à une visite individuelle avec location d'audioguide est égale à 0,135.
3. Montrer que $p(A) = 0{,}338\,5$.
4. Le billet choisi correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide. Quelle est la probabilité que ce billet ait été acheté au guichet du musée ?
   On arrondira le résultat au millième.

Partie B

Pour gérer les flux des visiteurs, une partie de l'enquête a porté sur la durée d'une visite de ce musée. Il a été établi que la durée D d'une visite, en minutes, suit la loi normale de moyenne $\mu = 90$ et d'écart-type $\sigma = 15$.

1. Déterminer $p(90 \leqslant D \leqslant 12)$ puis interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Le directeur précise qu'il augmentera la capacité d'accueil de l'espace restauration du musée si plus de 2 % des visiteurs restent plus de 2 heures et 30 minutes par visite. Quelle sera alors sa décision ?

Partie C

Sur l'ensemble des musées d'art contemporain, 22 % des visiteurs sont de nationalité étrangère. Sur un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du musée considéré précédemment, 490 visiteurs sont de nationalité étrangère.
Que peut en conclure le directeur de ce musée ? Argumenter.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans cet exercice, on étudie le tirage moyen journalier des quotidiens français d'information générale et politique, c'est-à-dire le nombre moyen d'exemplaires imprimés par jour.
Le tableau suivant donne, entre 2007 et 2014, pour chaque année ce tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Tirage moyen journalier en milliers d'exemplaires	10 982	10 596	10 274	10 197	10 182	9 793	9 321	8 854

Source : D.G.M.I.C (Direction générale des médias et des industries culturelles)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis si nécessaire au centième.

1. Calculer le taux d'évolution du tirage moyen journalier entre 2007 et 2008.

   Pour tout entier naturel n, on note V_n le tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires, de l'année $(2007 + n)$.
   On modélise la situation en posant : $V_0 = 10\,982$ et, pour tout entier naturel n,

$$V_{n+1} = 0{,}96V_n + 100.$$

2. Calculer V_1 puis V_2.

3. Soit (W_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $W_n = V_n - 2500$.

a. Montrer que (W_n) est une suite géométrique de raison $0,96$ puis déterminer son premier terme.

b. Déterminer l'expression de W_n en fonction de n.

c. En déduire que pour tout entier naturel n, $V_n = 8482 \times 0,96^n + 2500$.

4. **a.** Déterminer le tirage moyen journalier prévu selon ce modèle pour l'année 2017.

b. Déterminer la limite de la suite (W_n). Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

c. Proposer un algorithme affichant le tirage moyen journalier, à partir de 2007 jusqu'à l'année $(2007 + n)$, pour un nombre d'années n saisi par l'utilisateur.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une commune, l'école de musique propose des cours d'éveil musical.
En 2013, 20 % des enfants de la commune suivaient les cours d'éveil musical de cette école. Chaque année, 70 % des enfants inscrits restent dans l'école l'année suivante, et par ailleurs, 20 % des enfants de la commune qui n'y étaient pas inscrits viennent s'y ajouter.
Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n la proportion des enfants de la commune inscrits à cet éveil musical en $(2013 + n)$,
- d_n la proportion des enfants de la commune qui ne sont pas inscrits à cet éveil musical en $(2013 + n)$,
- $E_n = \begin{pmatrix} c_n & d_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste de l'année $(2013 + n)$.

Ainsi, on a $E_0 = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$.
On choisit au hasard un enfant de la commune.

Partie A

1. Traduire la situation par un graphe probabiliste. On note :
- C l'état « l'enfant est inscrit aux cours d'éveil musical »
- D l'état « l'enfant n'est pas inscrit aux cours d'éveil musical »

2. Déterminer la matrice A de transition, c'est-à-dire la matrice vérifiant, pour tout entier naturel n, $E_{n+1} = E_n \times A$.

3. Déterminer E_1 et E_2.

4. Déterminer l'état probabiliste stable en justifiant votre réponse. Interpréter les résultats.

Partie B

1. On rappelle que pour tout entier naturel n, on a $c_n + d_n = 1$.
Justifier que pour tout entier naturel n, on a $c_{n+1} = 0,5c_n + 0,2$.
On admet pour la suite de l'exercice que tout entier naturel n, $c_n = -0,2 \times 0,5^n + 0,4$.

2. Montrer que la suite (c_n) est croissante.

3. **a.** Proposer un algorithme affichant la proportion des enfants de la commune inscrits à cet éveil musical à partir de 2013 jusqu'à l'année $(2013 + n)$, pour un nombre d'années n saisi par l'utilisateur.

b. La proportion des enfants de la commune inscrits à cet éveil musical franchira-t-elle le seuil de 39 % ? Si oui, indiquer l'année en expliquant la démarche.

4. Le directeur de cette école affirme que si ce modèle d'évolution reste valable, la proportion d'enfants de la commune inscrits à cet éveil musical dépassera le seuil de 50 %.
Peut-on valider cette affirmation ? Argumenter la réponse.

EXERCICE 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique des enceintes acoustiques sans fil. Le coût de production d'une enceinte est de 300 euros.
On note x le prix de vente en centaines d'euros d'une enceinte.
Une étude de marché permet de modéliser la situation : pour tout réel x de l'intervalle $[3\,;\,10]$, si le prix de vente d'une enceinte est x centaines d'euros, alors le nombre d'acheteurs est modélisé par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-0,25x+5}.$$

Ainsi, $f(x)$ est une approximation du nombre d'acheteurs pour un prix de vente de x centaines d'euros. Par exemple, si le prix de vente d'une enceinte est fixé à 400 euros, le nombre d'acheteurs est approché par $f(4)$.

1. Donner une valeur approximative du nombre d'acheteurs pour un prix de vente de 400 euros.
   On appelle marge brute la différence entre le montant obtenu par la vente des enceintes et leur coût de production.
2. Quelle est la marge brute de cette entreprise pour un prix de vente de 400 euros par enceinte ?

   On note $g(x)$ la marge brute, en centaines d'euros, réalisée par l'entreprise pour une prix de vente de x centaines d'euros par enceinte.
3. Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[3\,;\,10]$,

$$g(x) = (x-3)\mathrm{e}^{-0,25x+5}.$$

4. Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

factoriser$\left(\text{dériver}\left[(x-3)*\exp(-0,25x+5)\right]\right)$
$-\dfrac{x-7}{4}\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}x+5}$

   a. En utilisant le résultat du logiciel de calcul formel, étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[3\,;\,10]$.

   b. Pour quel prix de vente unitaire l'entreprise réalisera-t-elle la marge brute maximale ? Donner alors une valeur approchée de cette marge brute à l'euro près.

5. Soit G la fonction telle que $G(x) = (-4x-4)\mathrm{e}^{-0,25x+5)}$ pour tout réel x de $[3\,;\,10]$.

   a. Montrer que G est une primitive de la fonction g.

   b. On pose $I = \displaystyle\int_3^{10} g(x)\,\mathrm{d}x$. Déterminer la valeur exacte de I.

Baccalauréat ES/L Amérique du Sud 23 novembre 2017

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 5x + 11$ **b.** $y = 5x + 6$ **c.** $y = 11x - 6$ **d.** $y = 5x + 16$

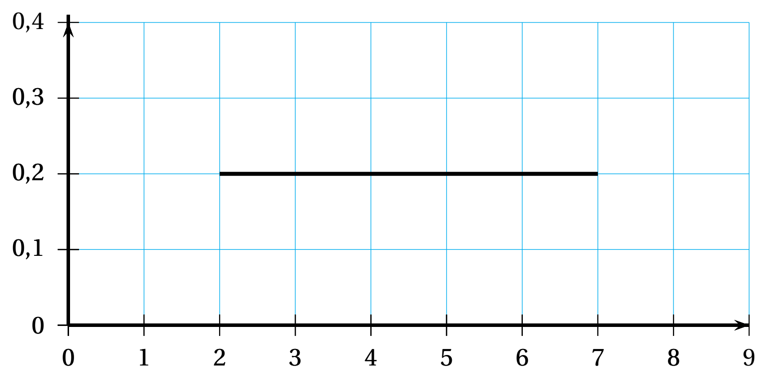
2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 11 + 5\ln(x)$.
L'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x a pour solution :

a. $-\dfrac{\text{e}^{11}}{5}$ **b.** $-\ln\left(\dfrac{11}{5}\right)$ **c.** $\text{e}^{\frac{-11}{5}}$ **d.** $\dfrac{\text{e}^{-11}}{5}$

3. On lance cinq fois de suite un dé équilibré à six faces.
On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de 6 qu'on obtient.
La probabilité $p(X = 1)$ d'obtenir exactement un 6, arrondie à 10^{-2}, est :

a. 0,08 **b.** 0,17 **c.** 0,40 **d.** 0,80

4. On considère une variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[2\,;\,7]$.
La fonction de densité de T est représentée ci-dessous.



La probabilité conditionnelle $P_{(T \geqslant 3)}(T \leqslant 5)$ est égale à :

a. $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{3}{5}$ **c.** $\dfrac{2}{5}$ **c.** $\dfrac{3}{4}$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Mathieu dispose d'un capital de 20 000 euros qu'il veut placer. Sa banque lui propose de choisir entre deux contrats d'épargne.

Contrat A : Le capital augmente chaque année de 4 %.
Contrat B : Le capital augmente chaque année de 2,5 % et une prime annuelle fixe de 330 euros est versée à la fin de chaque année et s'ajoute au capital.

On note a_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat A.
b_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat B.
On a donc $a_0 = b_0 = 20000$ et, pour tout entier naturel n,

$$a_{n+1} = 1,04a_n \quad \text{et} \quad b_{n+1} = 1,025b_n + 330.$$

1. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat A.

a. Calculer la valeur, arrondie à l'euro, du capital disponible au bout de 10 ans.

b. Déterminer le pourcentage d'augmentation du capital entre le capital de départ et celui obtenu au bout de 10 ans. Arrondir le résultat à 1 %.

2. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat B.
On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par
$u_n = 13200 + b_n$.

a. Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 1,025 et calculer son premier terme u_0.

b. Donner l'expression de u_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a

$$b_n = 33200 \times 1,025^n - 13200.$$

d. Déterminer au bout de combien d'années le capital disponible devient supérieur à 40 000 euros.

3. On considère l'algorithme suivant :

Variables
A est un nombre réel
B est un nombre réel
N est un nombre entier naturel
Traitement
A prend la valeur 20 000
B prend la valeur 20 000
N prend la valeur 0
Tant que $A \leqslant B$
A prend la valeur $1,04 \times A$
B prend la valeur $1,025 \times B + 330$
N prend la valeur $N + 1$
Fin Tant que
Sortie
Afficher N

a. Le tableau ci-dessous traduit l'exécution pas à pas de l'algorithme.
Recopier et compléter ce tableau en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les valeurs de A et de B seront arrondies à l'unité.

Valeur de A	20 000	....	....
Valeur de B	20 000	....	....
Valeur de N	0	....	....
Condition $A \leqslant B$	vraie	....	....

b. Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A *et* B *de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.*

Partie A

Pour les déplacements entre les principales villes d'une région, les habitants peuvent acquérir soit la carte d'abonnement bus (PassBus), soit la carte d'abonnement train (PassTrain), toutes les deux étant valables un an.
Une étude récente montre que le nombre global d'abonnements reste constant dans le temps et que, chaque année, la répartition des abonnements évolue de la manière suivante :

- 10 % des abonnements PassBus sont remplacés par des abonnements PassTrain ;
- 15 % des abonnements PassTrain sont remplacés par des abonnements PassBus.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets B et T où le sommet B représente l'état « abonné PassBus » et T l'état « abonné PassTrain ».

2. Déterminer la matrice de transition de ce graphe en respectant l'ordre B, T des sommets.

3. En 2016, les abonnements PassBus représentaient 25 % de l'ensemble des abonnements, tandis que les abonnements PassTrain en représentaient 75 %.

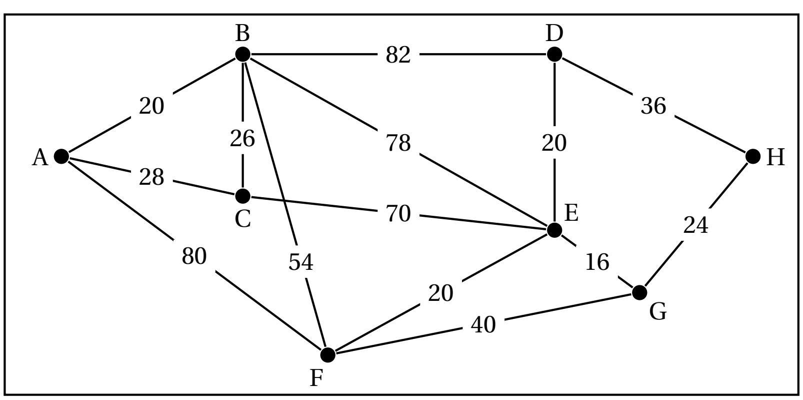
Quelle sera la part, en 2019, des abonnements PassBus dans l'ensemble des abonnements ?

Donner le résultat en pourcentage arrondi à $0,1$ %.

4. Déterminer l'état stable du graphe probabiliste et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Le réseau ferroviaire de la région est schématisé par le graphe ci-dessous.
Les sommets représentent les villes et les arêtes représentent les voies ferrées.
Sur les arêtes du graphe sont indiquées les distances exprimées en kilomètre entre les villes de la région.



Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet le plus court pour aller de la ville A à la ville H. Préciser la longueur en kilomètre de ce trajet.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Une entreprise d'élevage de poissons en bassin a constaté qu'une partie de sa production est infectée par une nouvelle bactérie.
Un laboratoire a réalisé deux prélèvements, l'un au mois de janvier et l'autre au mois de juin, afin d'étudier l'évolution de l'infection.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Au mois de janvier, lors du premier test, le laboratoire a prélevé au hasard 1 000 poissons parmi l'ensemble des poissons du bassin.
La fréquence de poissons infectés par la bactérie dans cet échantillon est $f_1 = 5\,\%$.
Au mois de juin, le laboratoire a prélevé de nouveau 1 000 poissons.
Pour ce second test, la fréquence de poissons infectés est $f_2 = 10\,\%$.
La fréquence de poissons infectés dans les deux échantillons ayant doublé en cinq mois, le laboratoire préconise d'arrêter la vente des poissons de l'entreprise.
On note p_1 la proportion de poissons infectés parmi tous les poissons du bassin au mois de janvier et p_2 la proportion de poissons infectés parmi tous les poissons du bassin au mois de juin.

1. Déterminer les intervalles de confiance au niveau de confiance 95 % de la proportion p_1 puis de la proportion p_2.
   On arrondira les bornes des intervalles à 10^{-3}.
2. Quel argument pourrait donner l'entreprise pour éviter l'arrêt de la vente ?

Partie B

Pour déterminer la fréquence de poissons infectés dans un prélèvement, le laboratoire dispose d'un test de dépistage dont les résultats sont les suivants :

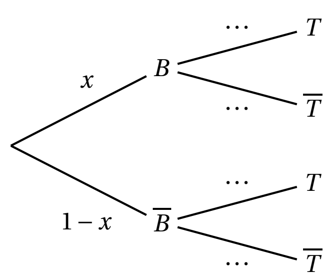
- sur des poissons infectés par la bactérie, le test est positif dans 60 % des cas ;
- sur des poissons non infectés par la bactérie, le test est positif dans 10 % des cas.

Pour un poisson prélevé au hasard, on note :

- B l'évènement : « le poisson est infecté par la bactérie » ;
- T l'évènement : « le test du poisson est positif » ;
- $\overline{B}$ et $\overline{T}$ les évènements contraires de B et T.

On note x la probabilité qu'un poisson soit infecté par la bactérie.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré traduisant cette situation.



2. **a.** Démontrer que $p(T) = 0,5x + 0,1$.

b. Le laboratoire a constaté que 12,5 % des poissons d'un prélèvement ont eu un test positif.
Quelle estimation de la proportion de poissons infectés le laboratoire va-t-il proposer pour ce prélèvement ?

Partie C

Un traitement antibiotique permet de guérir les poissons infectés par la bactérie.
Le temps de guérison d'un poisson infecté, exprimé en jours, peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne $\mu = 21$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

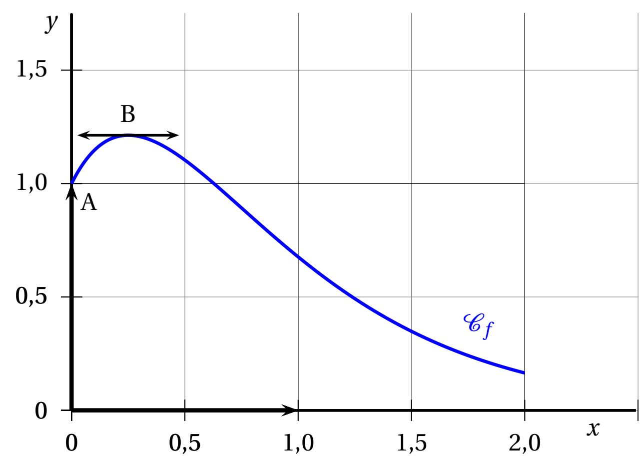
Les résultats seront arrondis au millième.

1. Déterminer la probabilité $p(14 < X < 28)$.
2. Déterminer la probabilité qu'un poisson infecté ne soit pas encore guéri après 5 semaines de traitement antibiotique.

EXERCICE 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

Le graphique ci-dessous représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$.
On suppose que f est deux fois dérivable et on note f' la fonction dérivée de f.

On sait que :
- le point A(0 ; 1) appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0,25 est parallèle à l'axe des abscisses.



Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

On suppose que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-2x}$ où a et b sont deux réels à déterminer.

1. En utilisant le graphique et les données de l'énoncé, déterminer $f(0)$ et $f'(0,25)$.
2. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b.
3. Déduire des deux questions précédentes les valeurs des réels a et b.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par

$$f(x) = (4x+1)\mathrm{e}^{-2x}.$$

On admet par ailleurs que $f'(x) = (2-8x)\mathrm{e}^{-2x}$ et $f''(x) = (16x-12)\mathrm{e}^{-2x}$ où f'' désigne la dérivée seconde de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

1. Étudier le signe de f' sur $[0\,;\,2]$ puis en déduire les variations de f sur $[0\,;\,2]$.
2. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet, sur l'intervalle $[0\,;\,2]$, un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ par $F(x) = (-2x-1,5)\mathrm{e}^{-2x}$.
   a. Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $[0\,;\,2]$.
   b. En déduire l'aire exacte $\mathscr{A}$, en unité d'aire, du domaine D du plan situé entre $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.
   c. Déterminer la valeur moyenne, arrondie à 10^{-1}, de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie 28 novembre 2017

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

Affirmation 1.

Pour tout réel a strictement positif, $\ln\left(a^3\right) - \ln\left(a^2\right) = \ln\left(a^{25}\right) - \ln\left(a^{24}\right)$.

Affirmation 2.

Si la variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[0\,;\,100]$, alors $P(X < 75) = P(X > 25)$.

Affirmation 3.

On a prélevé un échantillon aléatoire de 400 pièces dans une production et observé 6 pièces défectueuses. La borne supérieure de l'intervalle de confiance de la proportion de pièces défectueuses dans la production au niveau de confiance de 95 % est égale à 0,08.

Affirmation 4.

L'équation $x\ln(x) = 2\ln(x)$ admet exactement deux solutions : 2 et 1 sur $]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième

Une agence de voyage propose des itinéraires touristiques pour lesquels chaque client effectue un aller et un retour en utilisant soit un bateau, soit un train touristique. Le choix du mode de transport peut changer entre l'aller et le retour.
À l'aller, le bateau est choisi dans 65 % des cas.
Lorsque le bateau est choisi à l'aller, il l'est également pour le retour 9 fois sur 10.
Lorsque le train a été choisi à l'aller, le bateau est préféré pour le retour dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un client. On considère les évènements suivants :

- A : « le client choisit de faire l'aller en bateau » ;
- R : « le client choisit de faire le retour en bateau ».

On rappelle que si E est un évènement, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. On choisit au hasard un client de l'agence.
   a. Calculer la probabilité que le client fasse l'aller-retour en bateau.
   b. Montrer que la probabilité que le client utilise les deux moyens de transport est égale à 0,31.
3. On choisit au hasard 20 clients de cette agence. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients qui utilisent les deux moyens de transport.
   On admet que le nombre de clients est assez grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.
   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   b. Déterminer la probabilité qu'exactement 12 clients utilisent les deux moyens de transport différents.

c. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 2 clients qui utilisent les deux moyens de transport différents.

4. Le coût d'un trajet aller ou d'un trajet retour est de 1 560 € en bateau ; il est de 1 200 € en train.
On note Y la variable aléatoire qui associe, à un client pris au hasard, le coût en euro de son trajet aller-retour.

a. Déterminer la loi de probabilité de Y.

b. Calculer l'espérance mathématique de Y. Interpréter le résultat.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties sont indépendantes

Partie A

En 2012, un village ne comptait qu'un seul médecin, Albert.
Début 2013, un nouveau médecin, Brigitte, s'installe dans ce village.
À l'arrivée de Brigitte, 90 % des habitants du village choisirent Albert comme médecin, les autres choisirent Brigitte.
On suppose que chaque habitant du village est patient du même médecin, Albert ou Brigitte, tout au long d'une année.
On observe, à partir de 2013, que chaque année :

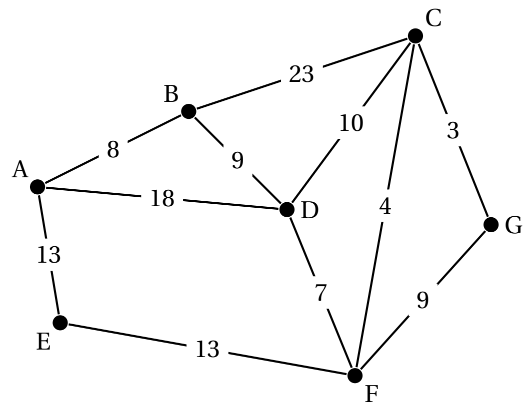
- 13 % des patients d'Albert changent de médecin et deviennent des patients de Brigitte ;
- 8 % des patients de Brigitte deviennent des patients d'Albert.

On choisit au hasard un habitant de ce village. Pour tout entier naturel n,
a_n est la probabilité que cet habitant soit un patient d'Albert pour l'année (2013+n),
b_n est la probabilité que cet habitant soit un patient de Brigitte pour l'année (2013+n),
$P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ est la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année $(2013 + n)$.

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état probabiliste initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
3. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
4. Montrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,791 & 0,209 \end{pmatrix}$.
5. Exprimer P_n en fonction de P_0, M et n.
6. En déduire la matrice ligne P_4 et interpréter le résultat. Les résultats seront arrondis au millième.
7. Déterminer l'état stable $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ de la répartition des patients des médecins Albert et Brigitte.
   En donner une interprétation.

Partie B

Le médecin Albert, qui officie dans le village A, doit rendre visite à un patient d'un village voisin G. Il a construit le graphe ci-dessous où les sommets représentent les villages alentours. Sur les arêtes sont indiquées les distances en kilomètres.



Déterminer le plus court chemin pour aller du village A au village G.

EXERCICE 3 **6 points**

Commun à tous les candidats

Début 2013, la superficie totale des forêts sur la terre représente un peu plus de 4 milliards d'hectares.
Au cours de l'année 2013, on estime qu'environ 15 millions d'hectares ont été détruits.
Des plantations d'arbres et une expansion naturelle des forêts ont ajouté 10,2 millions d'hectares de nouvelles forêts en 2013.

1. Montrer que la superficie totale des forêts détruites au cours de l'année 2013 représente 0,375 % de la superficie totale des forêts mesurée au début de l'année.

On admet dans la suite que chaque année, la proportion des surfaces détruites de forêts et la superficie de nouvelles forêts restent constantes.

On note u_n la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre au début de l'année $(2013+n)$ avec $u_0 = 4\,000$.

2. **a.** Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}996\,25 u_n + 10{,}2$.

b. Montrer que la superficie totale des forêts sur la Terre, au début de l'année 2014, en millions d'hectares, est $u_1 = 3\,995{,}2$.

3. Soit (d_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $d_n = u_n - 2\,720$.

a. Montrer que pour tout entier naturel n, $d_{n+1} = 0{,}996\,25 \times d_n$.

b. Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Calculer d_0.

c. Déterminer, pour tout entier naturel n, l'expression de d_n, en fonction de n ; en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

4. **a.** Proposer un algorithme affichant la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre, pour chaque année de 2013 à 2029.

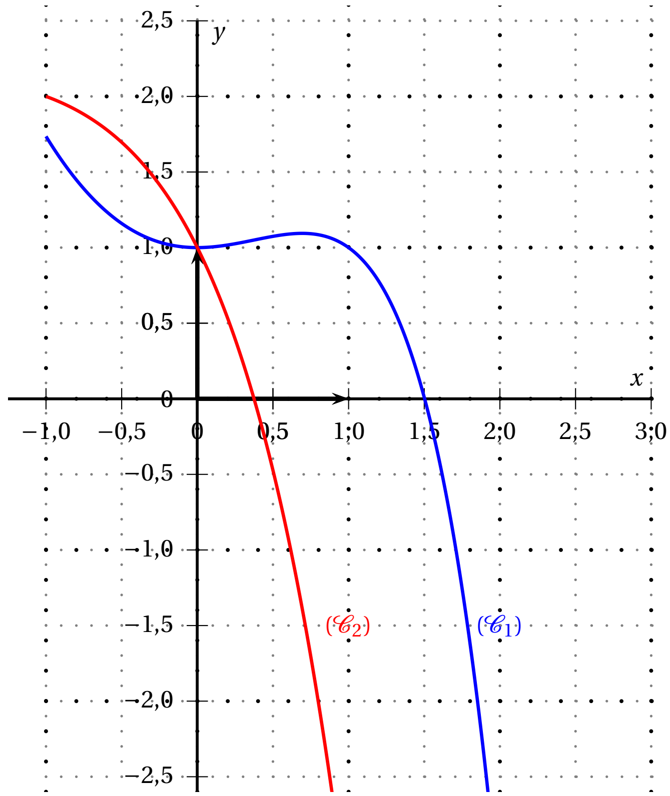
b. À partir de quelle année la superficie des forêts présentes sur la Terre sera inférieure à 3,9 milliards d'hectares ? Préciser la démarche utilisée.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathscr{C}_1)$ ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-1~;~2]$.
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée seconde de f.
La courbe $(\mathscr{C}_2)$ ci-dessous représente, dans le repère orthonormé, la fonction f''.

Le point A(0 ; 1) est situé sur la courbe $(\mathscr{C}_1)$.
Le point B est le point d'intersection de $(\mathscr{C}_2)$ avec l'axe des abscisses. Une valeur approchée de l'abscisse de B est 0,37.
La tangente à la courbe $(\mathscr{C}_1)$ au point A est horizontale.



1. Par lecture graphique,

a. Donner la valeur de $f(0)$.

b. Donner la valeur de $f'(0)$.

c. Étudier la convexité de f sur $[-1 ; 2]$. Justifier la réponse.

2. On admet désormais que la fonction f est définie pour tout réel x dans $[-1 ; 2]$ par :

$$f(x) = (1-x)\mathrm{e}^x + x^2.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	$f(x) :\ = (1-x) * \exp(x) + x^2$ $\rightarrow (1-x)\mathrm{e}^x + x^2$
2	factoriser(dériver($f(x)$)) $\rightarrow x(2-\mathrm{e}^x)$
3	primitive ($f(x)$) $\rightarrow \dfrac{1}{3}x^3 + (-x+2)\mathrm{e}^x$

a. Vérifier le résultat trouvé par le logiciel pour le calcul de $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-1 ; 2]$.

3. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans $[-1~;~2]$.

   b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude $0,01$.

4. Déterminer une équation de la tangente à $(\mathscr{C}_1)$ au point d'abscisse 1.

5. **a.** Justifier la ligne 3 du tableau de calcul formel.

   b. On admet que la fonction f est positive sur $[-1~;~1]$. En déduire l'aire exacte, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe $(\mathscr{C}_1)$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 1$, puis en donner une valeur arrondie au dixième.

∽ Baccalauréat ES/L Nouvelle-Calédonie ∾
26 février 2018

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples CQCM). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie sans justifier le choix effectué.

1. Un laboratoire désire tester l'efficacité d'un médicament Pour cela, il constitue un échantillon aléatoire de 500 malades auxquels on prescrit ce médicament. On constate que 325 sont guéris au bout d'un mois.

Un intervalle de confiance au niveau 0,95 de la proportion de patients guéris au bout d'un mois est :

a. [0,305 ; 0,395] **b.** [0,32 ; 0,33] **c.** [0,605 ; 0,695] **d.** [0,648 ; 0,652]

2. Dans le laboratoire précédent, le nombre minimal de patients à interroger pour obtenir un intervalle de confiance de longueur inférieure ou égale à 0,01 est :

a. 200 **b.** 40 000 **c.** 4 000 **d.** 1 000

3. On admet que la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$ est dérivable sur cet intervalle.

Si on note f' sa fonction dérivée, alors pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$, on a :

a. $f'(x) = \dfrac{1}{x^2}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{\ln(x)-1}{x^2}$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1-\ln(x)}{x^2}$ **d.** $f'(x) = \dfrac{1}{x}$

4. Deux collègues communiquent régulièrement par vidéoconférence. On suppose que la durée d'une communication entre ces deux personnes, exprimée en minutes, suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 120].

Sachant que la communication dure depuis 30 minutes, la probabilité que la durée de la communication ne dépasse pas 90 minutes est égale à :

a. $\dfrac{1}{3}$ **b.** $\dfrac{1}{2}$ **c.** $\dfrac{2}{3}$ **d.** $\dfrac{3}{4}$

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cette étude porte sur l'utilisation principale des véhicules du parc automobile français.
Les réponses seront arrondies au dix-millième.

Partie A

Les véhicules de la région parisienne représentent 16 % du parc automobile français en 2015.
22 % des véhicules de la région parisienne sont utilisés principalement pour le trajet entre le domicile et le travail, 34 % pour les loisirs.

En province, 49 % des véhicules sont utilisés principalement pour le trajet entre le domicile et le travail, 31 % pour les loisirs.
On choisit un véhicule au hasard dans le parc automobile français.

On note :

- R l'évènement : « le véhicule provient de la région parisienne »,
- $\overline{R}$ l'évènement : « le véhicule provient de la province »,
- T l'évènement : « le véhicule est utilisé principalement pour le trajet entre le domicile et le travail »,
- L l'évènement : « le véhicule est utilisé principalement pour les loisirs »,
- F l'évènement : « le véhicule est utilisé principalement pour d'autres fonctions que le travail ou les loisirs ».

On rappelle que, si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.
2. Montrer que la probabilité qu'un véhicule soit utilisé principalement pour le trajet entre le domicile et le travail est égale à 0,446 8.
3. Madame Dupont et Monsieur Durand ont une conversation sur l'utilisation de leur véhicule. Madame Dupont dit utiliser principalement sa voiture pour les loisirs, Monsieur Durand principalement pour le trajet entre le domicile et le travail.

   Qui de Madame Dupont ou de Monsieur Durand a la plus grande probabilité d'habiter la région parisienne ?

Partie B

On sélectionne un échantillon aléatoire de 10 véhicules du parc automobile français. On note X la variable aléatoire qui compte, dans cet échantillon, le nombre de véhicules utilisés principalement pour le trajet entre le domicile et le travail.

1. Préciser la loi de probabilité de X ainsi que ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux véhicules soient utilisés principalement pour le trajet entre le domicile et le travail.
3. Déterminer la probabilité qu'au moins un véhicule soit utilisé principalement pour le trajet entre le domicile et le travail.

Partie C

On s'intéresse à l'évolution du parc automobile de la région parisienne. On considère qu'en 2018 le nombre de milliers de véhicules nouvellement enregistrés en région parisienne suivra la loi normale de moyenne 50 et d'écart type 4.

On note Y la variable aléatoire donnant le nombre de milliers de véhicules nouvellement enregistrés en 2018 en région parisienne.

1. Quelle est la probabilité que le nombre de véhicules nouvellement enregistrés en région parisienne en 2018 soit compris entre 42 000 et 58 000 ?
2. Pour ne pas avoir de délais d'enregistrement trop longs, le nombre de dossiers doit être inférieur à 55 000. Quelle est la probabilité que les délais d'enregistrement ne soient pas trop longs en 2018 ?

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

On étudie les abonnements à un grand quotidien de 2011 à 2015.
Le tableau suivant indique, pour chaque année de 2011 à 2015, le nombre d'abonnés.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre d'abonnés	620 214	610 156	575 038	578 282	555 239
Taux d'évolution annuel		−1,62 %	−5,76 %	0,56 %	−3,98 %
Taux d'évolution par rapport à l'année 2011		−1,62 %	−7,28 %	−6,76 %	−10,48 %

Partie A

1. Retrouver par le calcul, le taux d'évolution annuel entre 2012 et 2013.
2. Le taux d'évolution moyen annuel entre 2011 et 2015 est environ de $-2,73\,\%$. Justifier.

Partie B

Afin d'étudier cette évolution, on suppose qu'à l'avenir, tous les ans, 10 % des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement à ce quotidien mais que l'on compte 52 milliers de nouveaux abonnés.
En 2011, le nombre d'abonnés est égal, après arrondi, à 620 milliers.
On s'intéresse, pour tout entier naturel n, au nombre d'abonnés, en milliers, pour l'année $(2011+n)$.
On note u_n le nombre d'abonnés en milliers pour l'année $(2011+n)$.
On fixe donc $u_0 = 620$.

1. Déterminer le nombre d'abonnés en 2012 suivant ce modèle.
2. Justifier que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,9u_n + 52$.
3. On définit la suite (v_n), pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 520$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme v_0.
   b. Exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 100 \times 0,9^n + 520$.
4. Le quotidien est considéré en difficulté financière lorsque le nombre d'abonnés est inférieur à 540 milliers.
   a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin d'afficher l'année à partir de laquelle le quotidien sera en difficulté financière.

Variables	N un nombre entier naturel non nul U un nombre réel
Initialisation	Affecter à U la valeur 620 Affecter à N la valeur 0
Traitement	Tant que ... Affecter à U la valeur .... Affecter à N la valeur .... Fin Tant que
Sortie	Afficher ....

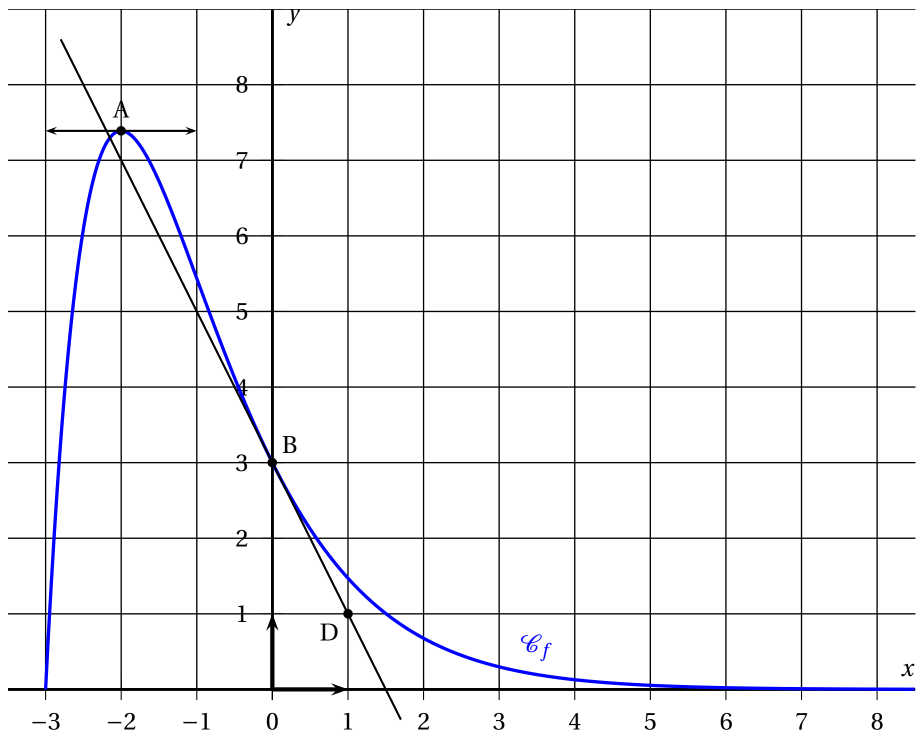
   b. Résoudre l'inéquation $u_n \leqslant 540$.
   c. Déterminer à partir de quelle année le quotidien sera en difficulté financière. Indiquer la démarche.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Dans le repère orthonormé ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 8]$. On note f' sa dérivée.
A est le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse -2.
B est le point de $\mathscr{C}_f$ de coordonnées $(0 ; 3)$.
La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A est horizontale.
La droite T est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0 et elle passe par le point D$(1 ; 1)$.



À l'aide du graphique :

1. **1.** Donner la valeur de $f'(-2)$.
2. **2.** Interpréter géométriquement $f'(0)$ et donner sa valeur.
3. **3.** La fonction f est-elle convexe sur $[-2 ; 2]$?

Partie B

On admet désormais que la fonction f de la partie A est définie sur l'intervalle $[-3 ; 8]$ par

$$f(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	dériver $(x+3)*\exp(-x)$
	$\exp(-x)+(x+3)*(-\exp(-x))$
2	factoriser (dériver$(x+3)*\exp(-x)$)
	$(-x-2)*\exp(-x)$

1. Étudier le signe de la dérivée de la fonction f.

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-3\ ;\ 8]$.

3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution α sur $[-3\ ;\ -2]$.

b. Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.

4. **a.** Justifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 8]$ par :

$$F(x) = (-x-4)\mathrm{e}^{-x}$$

est une primitive de f sur le même intervalle.

b. Calculer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.