Démontrer les propriétés suivantes en utilisant un raisonnement par récurrence :

$A(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ 2^n > n$

$B(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N} - \{0;4\},\ 2^n > n^2$

$C(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N}^*,\ \sum_{p=1}^{n} p \cdot p! = (n+1)! - 1$

$D(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ \sum_{p=0}^{n} p^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$E(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ \sum_{p=0}^{n} p^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

$F(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N}^*,\ \sum_{p=1}^{n} (2p-1)^3 = 2n^4 - n^2$

$G(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ \sum_{p=0}^{n} p(p+1) = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$

$H(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ \sum_{p=0}^{n} p(p+1)(p+2) = \dfrac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

$I(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ \sum_{p=0}^{n} 3p+1 = \dfrac{3n^2+5n+2}{2}$

$J(n)$: $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ \sum_{p=0}^{n} u_p = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}\ avec\ u_n = \sum_{p=0}^{n} p$