Exercice 1 :

Pour chacune des six questions de ce QCM , une seule des quatres propositions est exacte .
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point . Une réponse inexacte enlève 0,5 point .
Si le total est négatif , la note de l'exercice est ramenée à 0 .

1. Une solution de l'équation $2z + \bar{z} = 9 + i$ est :

A : 3 **B** : i **C** : $3 + i$ **D** : $3 + \frac{1}{3}i$

2. Le nombre complexe $(\sqrt{3} + i)^6$ est :

A : un imaginaire pur **B** : un réel strictement positif **C** : ni un réel ni un imaginaire pur **D** : un réel strictement négatif

3. Soit z un nombre complexe . Alors $|z + i|$ est égal à :

A : $|z| + 1$ **B** : $|z - 1|$ **C** : $|i\bar{z} + 1|$ **D** : $|z| + i$

4. Un argument du nombre complexe $-2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$ est :

A : $\frac{\pi}{3}$ **B** : $-\frac{\pi}{3}$ **C** : $-\frac{2\pi}{3}$ **D** : π

5. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{n^2 - 1}{2n - 1}$. Alors :

A : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$ **B** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ **C** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ **D** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ n'existe pas

6. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n - \cos(n)$. Alors

A : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = n - 1$ **B** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ **C** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ n'existe pas **D** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

Exercice 2 :

Le plan est rapporté au repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm .
On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2 - 3i$, $z_B = i$ et $z_C = 6 - i$.
On réalisera une figure que l'on complétera au fur et à mesure des questions .

Partie A

1. Calculer $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$.

2. En déduire la nature du triangle ABC .

Partie B

On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z distincte de i, associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = \frac{i(z - 2 + 3i)}{z - i} .$$

1. Soit D le point d'affixe $z_D = 1 - i$. Déterminer l'affixe du point D' image du point D par f .

2. a. Montrer qu'il existe un unique point , noté E , dont l'image par l'application f est le point F d'affixe $2i$.

b. Démontrer que le point E est un point de la droite (AB) .

3. Démontrer que , pour tout point M distinct de B , $OM' = \frac{AM}{BM}$.

4. Démontrer que , pour tout point M distinct du point A et du point B , on a l'égalité :

$$(\vec{u};\overrightarrow{OM'}) = (\overrightarrow{BM};\overrightarrow{AM}) + \frac{\pi}{2} \text{ à } 2\pi \text{ près .}$$

5. Démontrer que si le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$ alors le point M' appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon .

6. Démontrer que si le point M' appartient à l'axe des imaginaires purs , privé du point B , alors le point M appartient à la droite (AB) .

7. On pose z=x+iy, sachant que z'=x'+iy', déterminer x' et y' en fonction de x et y.

8. Déterminer l'ensemble des points M tels que x'= 0 (z' est un imaginaire pur).

9. Déterminer l'ensemble des points M tels que y'= 0 (z' est un réel pur).

Exercice 3 :

Partie A

On considère l'algorithme suivant :
Les variables sont le réel U et les entiers naturels k et N.

Entrée

Saisir le nombre entier naturel non nul N

Traitement

Affecter à U la valeur 0

Pour k allant de 0 *à* $N-1$

  Affecter à U la valeur $3U - 2k + 3$

Fin pour

Sortie

Afficher U

1. Quel est l'affichage en sortie lorsque $N = 3$?
On donnera la valeur de U obtenue à chaque boucle .

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et , pour tout entier naturel n ,
$u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. a. Montrer , en utilisant un raisonnement par récurrence , que pour tout entier naturel n , on a $u_n \geq n$.

b. En déduire la limite de la suite (u_n) .

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - n + 1$.
a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique .

b. En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n .

c. Déterminer la limite de v_n puis de u_n .

d. On pose , pour tout entier naturel n , $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.
Exprimer s_n en fonction de n .

4. *Dans cette question toute trace de recherche , même d'initiative non fructueuse , sera prise en compte dans l'évaluation .*
On pose , pour tout entier naturel n , $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
Exprimer S_n en fonction de n .