Intégration par parties, changement de variable

Pour l'intégration par parties, on rappelle que $\int_a^b u(x)\ v'(x)\ dx = [u(x)\ v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)\ v(x)\ dx$

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties.

$A = \int_1^e x^4\ \ln(x)\ dx$

$B = \int_{-1}^1 x\ 2^x\ dx$

$C = \int_0^1 x^3\ e^{x^2}\ dx$

$D = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\ dx$

$E = \int_0^1 (2+x)\ e^{-x}\ dx$

$F = \int_0^\pi x\ sin(x)\ dx$

$G = \int_0^{\frac{\pi}{4}} sin(x)\ e^x\ dx$

$H = \int_1^e -2\frac{ln(x)}{x^2}\ dx$

$I = \int_e^3 x\ \sqrt{x-2}\ dx$

$J = \int_1^e x^3\ \ln(x)\ dx$

$K = \int_e^{2e} x\ \frac{\ln(x)}{(x^2+1)^2}\ dx$

$L_n = \int_1^e x^2\ (\ln(x))^n\ dx$, montrer que

$L_{n+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{n+1}{3}\ L_n$

$M_n = \int_0^1 x^n\ \ln(1+x)\ dx$, montrer que

$M_{n+1} = \frac{\ln(2)}{n+1} - \frac{1}{n+1}\ \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{1+x}\ dx$

A l'aide d'un changement de variable affine, calculer les intégrales suivantes

$N = \int_0^1 \ln(3x+1)\ dx$

$O = \int_0^1 \frac{y^2-3y+1}{\sqrt{2y+3}}\ dy$

$P = \int_0^1 \frac{z^3}{(z+1)^3}\ dz$

Calculer les intégrales suivantes en utilisant le changement de variable proposé:

$Q = \int_1^2 \frac{e^{2x}}{e^x-1}\ dx$ en posant $y = e^x - 1$

$R = \int_0^1 \frac{1}{e^y+1}\ dy$ en posant $z = e^y + 1$

$S = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{z}+2z}\ dz$ en posant $t = \sqrt{z}$

$T = \int_0^1 (2t+1)^4\ dt$ en posant $u = 2t+1$

$U = \int_{-1}^0 \frac{1}{(u-2)^3}\ du$ en posant $v = u - 2$

$V = \int_0^1 v\ (e^v)^3\ dv$ en posant $w = e^v$

Calculer les intégrales suivantes après avoir étudié leur domaine d'existence:

$W = \int \frac{sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\ dx$

$X = \int \frac{sin(\ln x)}{x}\ dx$

$Y = \int e^x\ cos(e^x)\ dx$

$Z = \int tan(x)\ dx$

Calculer les intégrales suivantes

$\alpha = \int_{-3}^0 \left|x^2 - x - 2\right|\ dx$

$\beta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}\ dx$

$\gamma = \int_0^3 x\sqrt{x+1}\ dx$

$\delta = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan^2 x\ dx$

$\epsilon = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}\ dx$

$\zeta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x\ dx$

$\eta = \int_0^1 x^2 \arctan x\ dx$

$\theta = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \ln(1 - \cos x)\ dx$

$\iota = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x}\ dx$

$\kappa = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$

$\lambda = \int_{-1}^1 (1+x^3)^4 x^2\ dx$ en posant $u = 1 + x^3$

$\mu = \int_e^{e^2} \frac{1}{x ln^n x}\ dx$ en posant $t = \ln x$

$\nu = \int_0^1 \frac{1}{\operatorname{ch} x}\ dx$ en posant $u = e^x$

$\xi = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\cos^2 x}\ dx$ en posant $u = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan x$

$\pi = \int_{\ln 5}^{\ln 13} \frac{e^x}{(3+e^x)\sqrt{(e^x-1)}}\ dx$ en posant $t = \frac{1}{2}\sqrt{(e^x-1)}$

$\rho = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{1+\cos x}\ dx$

$\sigma = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{3 + \cos 2x}\ dx$

$\tau = \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{8}} \frac{1+\sqrt{\frac{1+x}{x}}}{x}\ dx$ en posant $u = \sqrt{\frac{1+x}{x}}$

Calculer $\phi = \int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}\ dx$ en posant $x = \sin u$

Puis calculer $v = \int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} x \arcsin x\ dx$ a l'aide d'une intégration par parties