Inequation se ramenant à un produit de polynomes

$(5x+3)^2 \geqslant (2x-1)(5x+3)$

$\Leftrightarrow (5x+3)^2 - (2x-1)(5x+3) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (5x+3)[(5x+3)-(2x-1)] \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (5x+3)(5x+3-2x+1) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (5x+3)(3x+4) \geqslant 0$

Cherchons les valeurs qui annulent le produit $(5x+3)(3x+4) = P(x)$

$(5x+3)(3x+4) = 0 \Leftrightarrow 5x+3=0$ ou $3x+4=0$

$\Leftrightarrow 5x=-3$ ou $3x=-4$

$\Leftrightarrow \underline{x=-3/5}$ ou $\underline{x=-4/3}$

Puis on fait un tableau de signes

x	$-\infty$		$-4/3$		$-3/5$		0 $+\infty$
$5x+3$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On veut $P(x) \geqslant 0$ donc $\underline{S =]-\infty; -\frac{4}{3}] \cup [-3/5; +\infty[}$

$(3x-1)^2 > \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow (3x-1)^2 - \frac{1}{4} > 0$

$\Leftrightarrow (3x-1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 > 0$

$\Leftrightarrow (3x-1-1/2)(3x-1+1/2) > 0$

$\Leftrightarrow (3x-3/2)(3x-1/2) > 0$

Cherchons quand $(3x-3/2)(3x-1/2)=0$

$\Leftrightarrow 3x-3/2=0$ ou $3x-1/2=0$

$\Leftrightarrow 3x=3/2$ ou $3x=1/2$

$\Leftrightarrow \underline{x=1/2}$ ou $\underline{x=1/6}$

Puis on fait un tableau de signes

x	$-\infty$ 0		$1/6$		$1/2$		$+\infty$
$3x-3/2$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x-1/2$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On veut $P(x) > 0$ donc $\underline{S =]-\infty; 1/6[\cup]1/2; +\infty[}$

$(x+2)^2 - 4(3x-1)^2 \leqslant 0$

$\Leftrightarrow [(x+2)-2(3x-1)][(x+2)+2(3x-1)] \leqslant 0$

$\Leftrightarrow [x+2-6x+2][x+2+6x-2] \leqslant 0$

$\Leftrightarrow (-5x+4)(7x) \leqslant 0$

Cherchons les valeurs qui annulent le produit

$(-5x+4)7x = 0 \Leftrightarrow -5x+4=0$ ou $7x=0$

$\Leftrightarrow -5x=-4$ ou $x=0$

$\Leftrightarrow \underline{x=4/5}$ ou $\underline{x=0}$

Puis on fait un tableau de signes

x	$-\infty$		0		$4/5$		1 $+\infty$
$-5x+4$		$+$		$+$	0	$-$	
$7x$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On veut $P(x) \leqslant 0$ donc $\underline{S =]-\infty; 0] \cup [4/5; +\infty[}$

$5 \geqslant (1-2x)^2$

$\Leftrightarrow 5-(1-2x)^2 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{5})^2 - (1-2x)^2 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow [\sqrt{5}-(1-2x)][\sqrt{5}+(1-2x)] \geqslant 0$

$\Leftrightarrow [\sqrt{5}-1+2x][\sqrt{5}+1-2x] \geqslant 0$

Cherchons les valeurs qui annulent le produit $P(x) = (\sqrt{5}-1+2x)(\sqrt{5}+1-2x)$

$P(x)=0 \Leftrightarrow (\sqrt{5}-1+2x)(\sqrt{5}+1-2x)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{5}-1+2x=0$ ou $\sqrt{5}+1-2x=0$

$\Leftrightarrow 2x=1-\sqrt{5}$ ou $2x=1+\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \underline{x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$ ou $\underline{x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

Puis on fait un tableau de signes

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	0	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$\sqrt{5}-1+2x$		$-$	0	$+$		$+$	
$\sqrt{5}+1-2x$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On veut $P(x) \geqslant 0$ donc $\underline{S = \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]}$

Inéquations se ramenant à un quotient de polynomes

$\frac{x+1}{x} > \frac{1}{4}$ Contrainte $x \neq 0$ donc $x = 0$ valeur interdite

$\Leftrightarrow \frac{x+1}{x} - \frac{1}{4} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{4(x+1) - x}{4x} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{4x+4-x}{4x} > 0$

$\Leftrightarrow \frac{3x+4}{4x} > 0$ posons $Q(x) = \frac{3x+4}{4x}$

Cherchons les valeurs qui annulent $3x+4$ et $4x$

$3x+4 = 0 \Leftrightarrow 3x = -4 \Leftrightarrow x = -4/3$

$4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Puis on fait un tableau de signes pour $Q(x)$

x	$-\infty$		$-4/3$		0		$+\infty$
$3x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$4x$		$-$		$-$	0	$+$	
$Q(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

On veut $Q(x) > 0$ donc $S =]-\infty ; -4/3[\cup]0 ; +\infty[$

$\frac{1}{x-2} < \frac{2}{x-3}$ Contraintes $x-2 \neq 0$ et $x-3 \neq 0$ donc valeurs interdites $x=2$ et $x=3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-3-2(x-2)}{(x-2)(x-3)} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{x-3-2x+4}{(x-2)(x-3)} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{-x+1}{(x-2)(x-3)} < 0$ posons $Q(x) = \frac{-x+1}{(x-2)(x-3)}$

Cherchons les valeurs qui annulent $-x+1$, $x-2$, $x-3$

$-x+1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ $\quad x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

D'où le tableau de signes suivant pour $Q(x)$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$-x+1$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$Q(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	

On veut $Q(x) < 0$ donc

$S =]1 ; 2[\cup]3 ; +\infty[$

$\frac{3}{x+1} - \frac{5}{x+2} \geq \frac{4x-7}{(x+1)(x+2)}$ Contraintes $x+1 \neq 0$ et $x+2 \neq 0$ donc -1 et -2 valeurs interdites

$\Leftrightarrow \frac{3(x+2)-5(x+1)}{(x+1)(x+2)} - \frac{(4x-7)}{(x+1)(x+2)} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{3x+6-5x-5-4x+7}{(x+1)(x+2)} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-6x+8}{(x+1)(x+2)} \geq 0$ posons $Q(x) = \frac{-6x+8}{(x+1)(x+2)}$

Cherchons les valeurs qui annulent $-6x+8$, $x+1$, $x+2$

$-6x+8 = 0 \Leftrightarrow -6x = -8 \Leftrightarrow x = 4/3$

$x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ $\quad x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

D'où le tableau de signes suivant pour $Q(x)$

x	$-\infty$		-2		-1	0	$4/3$		$+\infty$
$-6x+8$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$Q(x)$		$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

On veut $Q(x) \geq 0$ donc $S =]-\infty ; -2[\cup]-1 ; 4/3]$

$\frac{9}{(x+1)^2} \leq 4$ Contrainte $x+1 \neq 0$ donc $x \neq -1$

$\Leftrightarrow \frac{9}{(x+1)^2} - 4 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \left(\frac{3}{x+1}\right)^2 - 2^2 \leq 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{x+1} - 2\right)\left(\frac{3}{x+1} + 2\right) \leq 0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{3-2x-2}{x+1}\right)\left(\frac{3+2x+2}{x+1}\right) \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(-2x+1)(2x+5)}{(x+1)^2} \leq 0$ avec $Q(x) = \frac{(-2x+1)(2x+5)}{(x+1)^2}$

Cherchons les valeurs qui annulent $-2x+1$, $2x+5$, $(x+1)^2$

$-2x+1 = 0 \Leftrightarrow -2x = -1 \Leftrightarrow x = 1/2$ $\quad 2x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -5/2$

$(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

D'où le tableau de signes suivant pour $Q(x)$

x	$-\infty$		$-5/2$		-1	0	$1/2$		$+\infty$
$-2x+1$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$Q(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	

On veut $Q(x) \leq 0$ donc $S =]-\infty ; -\frac{5}{2}] \cup [1/2 ; +\infty[$