Résolution d'une inéquation du premier degré à une inconnue

On veut résoudre l'inéquation suivante

$$5x - 3(x-4) + 6(-x-8) - 9x \leq 3x - 6(-x+4) - 8(-3x-4) + 7$$

1) On développe tous les produits en faisant attention à la règle des signes

$+ * + = +$
$- * - = +$
$+ * - = -$
$- * + = -$

On obtient donc l'expression suivante

$$5x - 3x + 12 - 6x - 48 - 9x \leq \underline{3x} + \underline{6x} - 24 + \underline{24x} + 32 + 7$$

2) On regroupe tous les termes qui dépendent de l'inconnue x d'un coté de l'inégalité (généralement à gauche) ⚠ tous les termes qui changent de coté changent également de signe

On obtient alors l'expression suivante

$$5x - 3x \underline{+12} - 6x \underline{-48} - 9x - 3x - 6x - 24x \leq -24 + 32 + 7$$

3) On fait la même chose avec les nombres que l'on va regrouper dans le membre de droite de l'inégalité ⚠ tous les nombres qui changent de coté changent de signe

Ce qui donne

$$5x - 3x - 6x - 9x - 3x - 6x - 24x \leq -24 + 32 + 7 - 12 + 48$$

4) On fait les totaux de chaque coté de l'égalité

On a alors

$$-46x \leq 51$$

5) Si le coefficient qui se trouve devant l'inconnue x est différent de 0, on divise les deux membres de l'inégalité par ce coefficient

⚠ Si de plus il est négatif, on est obligé de changer le sens du symbole de l'inégalité. Ce qui donne $\frac{-46x}{-46} \geq \frac{51}{-46}$ donc $x \geq -\frac{51}{46}$

l'ensemble solution S est donc un intervalle $\left[-\frac{51}{46} ; +\infty\right[$

Si le coefficient est nul on se retrouve dans la situation suivante $0x \leq b$ ou $0x \geq b$. Dans le cas $0x \leq b$ si $b \geq 0$ alors $S = \mathbb{R}$ si $b < 0$ alors $S = \emptyset$

Dans le cas $0x \geq b$ si $b > 0$ alors $S = \emptyset$ si $b \leq 0$ alors $S = \mathbb{R}$

Dans les deux cas si $b = 0$ $S = \mathbb{R}$