

Tableau de signes

Etude du signe d'un produit de facteurs

$$P(x) = (2x-7)(-3x+4)(8x+7)(-5x-3)$$

1) On cherche les valeurs de l'inconnue x qui annulent chaque facteur du produit $P(x)$

$$\text{On a donc } 2x-7=0 \quad -3x+4=0 \quad 8x+7=0 \quad -5x-3=0$$

$$\Leftrightarrow 2x=7 \quad \Leftrightarrow -3x=-4 \quad \Leftrightarrow 8x=-7 \quad \Leftrightarrow -5x=3$$

$$\Leftrightarrow x=7/2 \quad \Leftrightarrow x=4/3 \quad \Leftrightarrow x=-7/8 \quad \Leftrightarrow x=-3/5$$

2) On fait un tableau de signes comprenant une ligne par potentielle (facteur) et une ligne pour le produit, dans la ligne des x , on place les valeurs trouvées dans l'ordre croissant

x	- ∞	-7/8	-3/5	0	4/3	7/2	+ ∞
$2x-7$	-	-	(1) -	-	-	0	+
$-3x+4$	+	+	(2) +	+	0	-	-
$8x+7$	-	0	+	(3) +	+	+	+
$-5x-3$	+	+	+	0(4) -	-	-	-
$P(x)$	+	0	-	0	+	0	+

Pour placer les signes + et - dans le tableau, on peut utiliser une valeur test, comme par exemple 0 que l'on va placer dans la ligne des x (à la bonne position) puis on calcule la valeur de chaque terme pour $x=0$ et on place le signe correspondant dans le tableau

Dans (1) on a donc le signe - car $2 \times 0 - 7 = -7$, de même dans (2) on a le signe + car $-3 \times 0 + 4 = +4$, dans (3) on a le signe + car $8 \times 0 + 7 = +7$, finalement dans (4) on a le signe - car $-5 \times 0 - 3 = -3$, puis on remplit le tableau avec les signes + et - et on trouve le signe de $P(x)$ avec la règle des signes

$$P(x) \geq 0 \quad S =]-\infty; -7/8] \cup [-3/5; 4/3] \cup [7/2; +\infty[$$

$$P(x) > 0 \quad S =]-\infty; -7/8[\cup]-3/5; 4/3[\cup]7/2; +\infty[$$

$$P(x) \leq 0 \quad S = [-7/8; -3/5] \cup [4/3; 7/2]$$

$$P(x) < 0 \quad S =]-7/8; -3/5[\cup]4/3; 7/2[$$

$$P(x) = 0 \quad S = \{-7/8; -3/5; 4/3; 7/2\}$$

Tableau de signes

Etude du signe d'un quotient de facteurs

$$Q(x) = \frac{(-3x+7)(5x+4)}{(8x-9)(-6x-5)}$$

1) Dans un premier temps, on va chercher les valeurs de x qui annule chacun des facteurs qui composent $Q(x)$

On a donc $-3x+7=0$ $5x+4=0$ $8x-9=0$ $-6x-5=0$

$\Leftrightarrow -3x=-7$ $\Leftrightarrow 5x=-4$ $\Leftrightarrow 8x=9$ $\Leftrightarrow -6x=5$

$\Leftrightarrow x = \frac{-7}{-3}$ $\Leftrightarrow x = \frac{-4}{5}$ $\Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$ $\Leftrightarrow x = \frac{5}{-6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$ valeur interdite valeur interdite

2) On fait un tableau de signes qui comprend une ligne par parenthèse (facteur) et une ligne pour le quotient, dans la ligne des x on place les valeurs trouvées dans l'ordre correct (ce sont les valeurs qui annulent chaque parenthèse)

x	$-\infty$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{4}{5}$	0	$\frac{9}{8}$	$\frac{7}{3}$	$+\infty$			
$-3x+7$	+	+	(1) +	+	+	0	-	Numérateur		
$5x+4$	-	-	0 (2) +	+	+	+	+	Numérateur		
$8x-9$	-	-	(3) -	-	0	+	+	Dénominateur		
$-6x-5$	+	0	(4) -	-	-	-	-	Dénominateur		
$Q(x)$	+		-	0	+		-	0	+	N/D

Pour placer les signes + et - dans le tableau, on peut utiliser une valeur test, par exemple 0 que l'on va placer dans la ligne x (à la bonne position), puis on calcule la valeur de chaque terme pour $x=0$ et on place le signe correspondant dans le tableau

Dans (1) on a donc le signe + car $-3 \times 0 + 7 = +7$, de même dans (2) on a le signe + car $5 \times 0 + 4 = +4$, dans (3) on a le signe - car $8 \times 0 - 9 = -9$, finalement dans (4) on a le signe - car $-6 \times 0 - 5 = -5$, puis on remplit le tableau avec les signes + et -

et on trouve le signe de $Q(x)$ avec la règle des signes $\frac{0}{\text{valeur}} = 0$ et $\frac{\text{valeur}}{0} = ||$

$Q(x) \geq 0$ $S =]-\infty; -\frac{5}{6}[\cup]-\frac{4}{5}; \frac{9}{8}[\cup]\frac{7}{3}; +\infty[$

$Q(x) > 0$ $S =]-\infty; -\frac{5}{6}[\cup]-\frac{4}{5}; \frac{9}{8}[\cup]\frac{7}{3}; +\infty[$ Valeur interdite symbolisée par ||

$Q(x) \leq 0$ $S =]-\frac{5}{6}; -\frac{4}{5}] \cup]\frac{9}{8}; \frac{7}{3}]$

$Q(x) < 0$ $S =]-\frac{5}{6}; -\frac{4}{5}[\cup]\frac{9}{8}; \frac{7}{3}[$ $Q(x) = 0$ $S = \{-\frac{4}{5}; \frac{7}{3}\}$ toujours exclue de S